СЛУЧАЙ ВОЗМОЖНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ЛИНЗИРОВАНИЯ НА КАНДИДАТЕ В КОСМИЧЕСКУЮ СТРУНУ

М. Сафонова, **И. Булыгин**, О. Сажина, М. Сажин, П. Хасан, Ф. Сутария
ГАИШ МГУ
отдел релятивистской астрофизики

March 26, 2024

Введение

Рассмотрим эффективную теорию поля с внутренним нарушением U(1) симметрии, допускающую струнное решение $\varphi = A(r)e^{i\theta(\varphi)}$.
Эффективное действие Намбу-Гото вокруг ГМТ с другим вакуумом:

$$S = \mu \int_{\text{worldsheet}} d^2\xi \sqrt{-\det \gamma_{ab}} + O\left(R_s^{-1}\right)$$

Следующие поправки для полевых теорий имеют топологически инвариантный вид (Anderson, 2003):

$$S_1 = -\mu\alpha_1 \int d^2\xi \sqrt{-\det \gamma_{ab}} \frac{r_0^2}{R_s^{(2)}}$$

Не рассматривается также общее решение (gravitational back-reaction). Если струна имеет координаты X^μ:

$$-\det \gamma_{ab} = \left(g_{\mu\nu}\partial_1 X^\mu \partial_2 X^\nu\right)^2 - \left(g_{\mu\nu}\partial_1 X^\mu \partial_1 X^\nu\right) \times \left(g_{\mu\nu}\partial_2 X^\mu \partial_2 X^\nu\right) = -\gamma \text{ (def)}$$

Надо выбрать $\xi_{1,2}$ таким образом, чтобы УД имели физический смысл.

Калибровка, уравнения движения, ТЭИ

Параметризация мирового листа - $\xi_1 = t$, $\xi_2 = \sigma$.
Связь мирового листа и 4-мерного пространства: $X^0 = t$, $\mathbf{X} = X^i$
При условии (Zwiebach, 2002):

$$\frac{dm}{d\sigma} = A(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t}\right)^2}} \left|\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \sigma}\right| = 1$$

уравнения движения принимают вид:

$$\partial_t^2 \mathbf{X} - \partial_\sigma^2 \mathbf{X} = 0$$

Почему $dm/d\sigma = \ldots$? Надо вывести ТЭИ:

$$T_{\mu\nu} = -2\frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L}_M)}{\delta g^{\mu\nu}} = \mu \int d\sigma \, \frac{1}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta\gamma}{\delta g^{\mu\nu}} \times \delta^{(3)}\Big(\mathbf{x} - \mathbf{X}(\sigma, t)\Big)$$

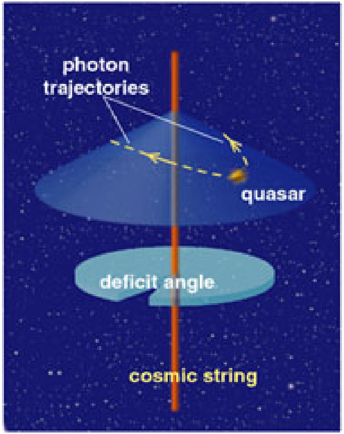
$$\frac{1}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta\gamma}{\delta g^{\mu\nu}} = -\frac{1}{A(\sigma)} \, \partial_\sigma X_\mu \partial_\sigma X_\nu + A(\sigma) \, \partial_t X_\mu \partial_t X_\nu = \partial_t X_\mu \partial_t X_\nu - \partial_\sigma X_\mu \partial_\sigma X_\nu$$

Энергия:

$$E = \int d^3\mathbf{x} \, T^{00} = \mu \int d\sigma$$

$L = \Delta\sigma$ участка струн называют его инвариантной длиной.

Алгоритм изучения теории гравитационного линзирования на КС:



Удвоение изображения на КС, качественная картина

1. ТЭИ:

$$T_{\mu\nu}(\mathbf{x},t) = \mu \int d\sigma \Big(\partial_t X_\mu \partial_t X_\nu - \partial_\sigma X_\mu \partial_\sigma X_\nu\Big) \times$$
$$\times \delta^{(3)}\Big(\mathbf{x} - \mathbf{X}(\sigma,t)\Big)$$

2. Уравнения ОТО:

$$h_{\mu\nu}(\mathbf{x}) = 4G \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x}' \, \frac{S_{\mu\nu}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}$$

$$\frac{d^2x^i}{dt^2} = -\left(\Gamma^i_{\mu\nu} - \Gamma^0_{\mu\nu}\frac{dx^i}{dt}\right)\frac{dx^\mu}{dt}\frac{dx^\nu}{dt}$$

3. Аналитическое/численное решение

1. ТЭИ

$$T^{00} = -T^{zz} = \mu\, \delta(x)\delta(y) = \frac{\mu}{2\pi r}\, \delta(r)$$

2. Метрика:

$$\Delta h_{11} = 16\pi G T^{00}$$

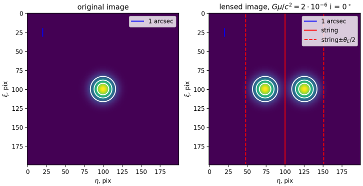
$$\Delta h_{22} = 16\pi G T^{00}$$

$$ds^2 = dt^2 - dz^2 - dr^2 - r^2(1-4G\mu)^2 d\varphi^2$$

3. Аналитика. Замена дает дефицит угла:

$$\varphi' = \varphi(1-4G\mu),\ \varphi' \in [0, 2\pi - \Delta\theta]$$

$$\Delta\theta = 8\pi G\mu$$

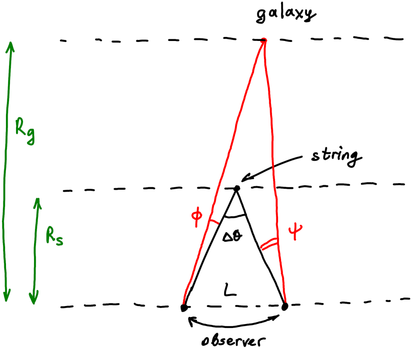


Результат моделирования

$$I_{1+2}(\eta,\xi) = \begin{cases} I(\eta+\theta_E/2,\xi),\ \eta < -\theta_E \\ I(\eta+\theta_E/2,\xi) + I(\eta-\theta_E/2,\xi),\ |\eta| \le \theta_E \\ I(\eta-\theta_E/2,\xi),\ \eta > \theta_E \end{cases},\ \theta_E = \Delta\theta\left(1 - \frac{R_s}{R_g}\right)$$

Прямая струна в картинной плоскости

Дополнение: стандартный метод получения $I_{1+2}(\eta, \xi)$:



Отождествление краев конуса - два «эффективных наблюдателя»

Расстояние между «наблюдателями»:

$$L = R_s \Delta\theta$$

Если галактика на небе на расстоянии η от струны в пространстве без разреза:

$$\begin{cases} \phi = -\eta + 4\pi G\mu\left(1 - \dfrac{R_s}{R_g}\right) \\ \psi = \eta + 4\pi G\mu\left(1 - \dfrac{R_s}{R_g}\right) \end{cases}$$

Изображения, которые видны:

$$I_1(\eta, \xi) = \begin{cases} I(\eta - \theta_E/2, \xi), \ \eta > -\theta_E \\ 0, \ \eta \leq -\theta_E \end{cases}$$

$$I_2(\eta, \xi) = \begin{cases} I(\eta + \theta_E/2, \xi), \ \eta < \theta_E \\ 0, \ \eta \geq \theta_E \end{cases}$$

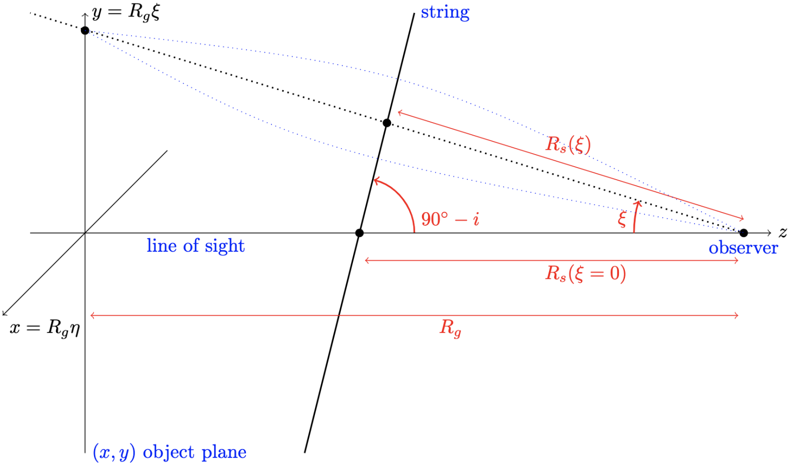


Figure 1: Геометрическая постановка задачи

Прямая наклонная струна

Струна наклонена к картинной плоскости наблюдателя, а не в ней.
1. и 2. пункты совпадают, однако:

$$\theta_E = \theta_E(i, \xi)$$

- Для каждого ξ линзрующий участок струны будет иметь свое расстояние $R_s = R_s(\xi)$,
- эффективно уменьшается дефицит угла $\Delta\theta(i > 0, \xi) < 8\pi G\mu$, так как «разрез» конуса будет наклонен к лучу зрения.

Геометрия:

$$R_s(\xi) = \frac{R_s(\xi = 0)}{\cos\xi + \tan i \sin\xi} \approx \frac{R_s(\xi = 0)}{1 + \xi \tan i}$$

Эффективный угол «разреза», $(L = L)$

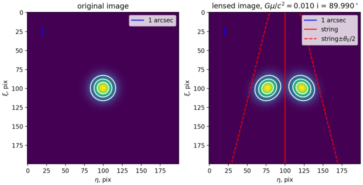
$$\Delta\theta R_s(\xi = 0) \cos i = \Delta\theta(i, \xi) R_s(\xi)$$

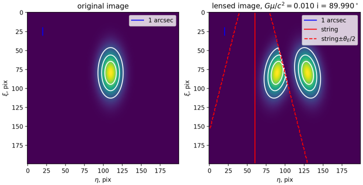
Собираем все вместе:

$$\theta_E(i, \xi) = \Delta\theta\,(\cos i + \xi \sin i)) \left(1 - \frac{R_s}{R_g(1 + \xi \tan i)}\right)$$

Прямая наклонная струна

$$I_{1+2}(\eta,\xi) = \begin{cases} I(\eta + \theta_E(i,\xi)/2, \xi), \ \eta < -\theta_E(i,\xi) \\ I(\eta + \theta_E(i,\xi)/2, \xi) + I(\eta - \theta_E(i,\xi)/2, \xi), \ |\eta| \leq \theta_E(i,\xi) \\ I(\eta - \theta_E(i,\xi)/2, \xi), \ \eta > \theta_E(i,\xi) \end{cases}$$





Результат моделирования. Учтена трехмерная геометрия в конической метрике.

- разница позиционных углов
- резкий срез изофот (сглаживание PSF?)

Прямая наклонная струна

Интересно посмотреть на разложение по малому параметру ($\xi \ll 1$):

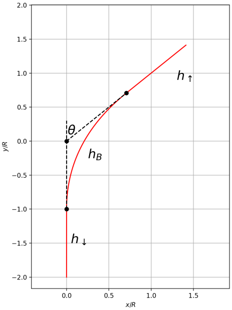
$$\theta_E(i, \xi) = \Delta\theta \, \cos i \left(1 - \frac{R_s}{R_g}\right) + \Delta\theta \sin i \cdot \xi + \ldots$$

«Наклон» линий $\pm\theta_E/2$ по отношению к струне ограничен:

$$\left.\frac{\partial \theta_E}{\partial \xi}\right|_{\xi=0} < \Delta\theta \lesssim 10^{-5} \text{ (CMB)}$$

Надо посмотреть на другие модели, либо найти теорию, которая дает ограничение по CMB на 5 порядков больше.

Изогнутая струна в картинной плоскости



$$h_{\uparrow,\downarrow} = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{x}' \, \frac{\delta_{\uparrow,\downarrow}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}$$

1. Ограничения на масштаб изгиба струны R:

$$R \ll R_s \Delta\theta$$

Недостаток: отсутствие учета движения струны. Функция источника:

$$S_{\mu\nu} = \mu \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\delta_\downarrow - \delta_\uparrow \cos^2\theta & -\delta_\uparrow \sin\theta\cos\theta & 0 \\ 0 & -\delta_\uparrow \sin\theta\cos\theta & -\delta_\uparrow \sin^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_\downarrow + \delta_\uparrow \end{pmatrix}$$

$$\delta_\downarrow = \delta(z)\delta(x)\Big(1 - H(y)\Big)$$

$$\delta_\uparrow = \delta(z)\delta(x\cos\theta - y\sin\theta)H(x\sin\theta + y\cos\theta)$$

Изогнутая струна в картинной плоскости

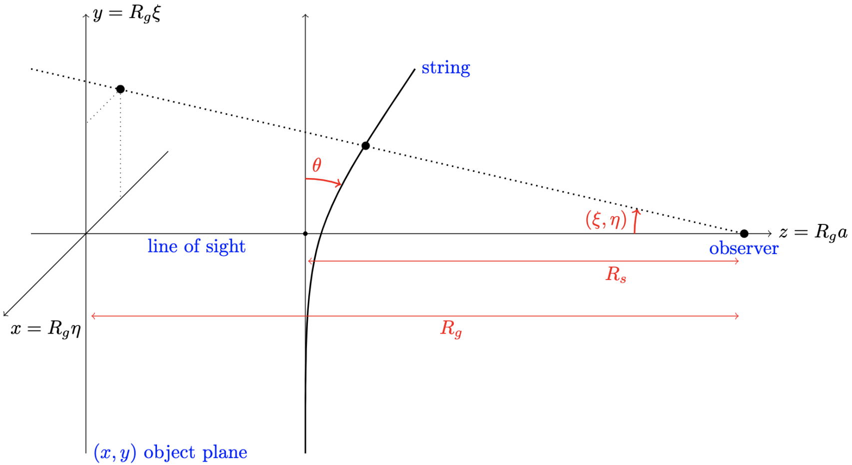


Figure 2: Геометрическая постановка задачи

Изогнутая струна в картинной плоскости

2. Уравнения геодезической в приближении слабого линзирования:

$$\begin{cases} \dfrac{dv^1}{dx^3} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial h_{33}}{\partial x^1} + \dfrac{\partial h_{11}}{\partial x^3} v^1 + \dfrac{\partial h_{12}}{\partial x^3} v^2 \\ \dfrac{dv^2}{dx^3} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial h_{33}}{\partial x^2} + \dfrac{\partial h_{12}}{\partial x^3} v^1 + \dfrac{\partial h_{22}}{\partial x^3} v^2 \end{cases}$$

Линзирование как граничная задача. Почему не уравнение линзы (LE)?

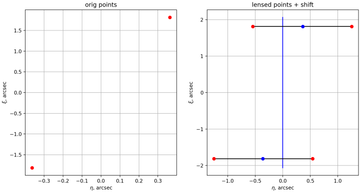
- по затратам численного решения аналогично;
- физически корректно даже для нелокальных $h_{\mu\nu}$.

Обезразмеривание задачи: $a = z/R_g$, $n_{x,y} = x^{1,2}/R_g$

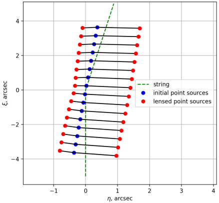
$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{v}}{da} = -\dfrac{1}{2}\nabla_{\mathbf{n}}(h_{\uparrow} + h_{\downarrow}) - \left[\dfrac{\partial h_{\uparrow}}{\partial a}\begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{pmatrix} + \dfrac{\partial h_{\downarrow}}{\partial a}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right]\mathbf{v} \\ d\mathbf{n}/da = \mathbf{v} \\ \mathbf{n}(a=0) = \mathbf{n}_0 \\ \mathbf{n}(a=1) = 0 \end{cases}$$

Линзирование - многозначное отображение $\mathbf{n}_0 \to -\mathbf{v}(a=1)$. Минус важен, потому что наблюдатель смотрит навстречу фотону.

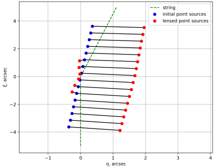
Изогнутая струна в картинной плоскости



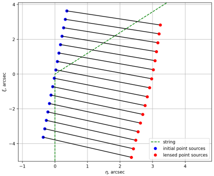
Проверка работоспособности при $\theta = 0°$.
Метод стрельбы вместо решения ГУ или LE.



Излом $\theta = 10°$, появление асимметрии.
Разница яркостей источников возможна.



Излом $\theta = 12.5°$, частичное удвоение.
Разница позиционных углов возможна.



Излом $\theta = 40°$, удвоение пропадает.

Результат моделирования уравнений ОТО.

Изогнутая струна в картинной плоскости

Можно узнать, при каком критическом угле излома струны пропадает удвоение изображения.

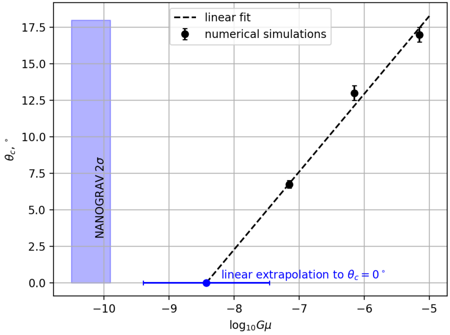


Figure 3: Критический угол в зависимости от натяжения. Сравнение с NANOGRAV.

Несколько изображений связаны с несколькими изломами рядом (большой диапазон спектра колебаний струны)

Предыдущие результаты

В de Laix et al. 1996 (PRD) использовано LE - зависимость $\mathbf{n}_0$ и $\mathbf{v}_f$ от угла преломления $\mathbf{a}$ вблизи источника:

$$\mathbf{n}_0 = -\mathbf{v}_f + \mathbf{a}(\mathbf{v}_f)\left(1 - \frac{R_s}{R_g}\right)$$

Надо найти угол преломления. Интегрирование уравнения геодезической вдоль пути фотона в приближении слабого линзирования для начального направления фотона $\gamma_0^\mu = P^\mu / P^0$:

$$\Delta\gamma_\alpha = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\, \frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha}\gamma_0^\mu \gamma_0^\nu$$

$$\mathbf{a} = \gamma_\perp(t \to -\infty) - \gamma_\perp(t \to +\infty) = -\frac{\Delta\theta}{2\pi}\int d\sigma \left[\frac{F_{\mu\nu}\gamma_0^\mu\gamma_0^\nu}{1 - \partial_t X_{||}} \cdot \frac{\mathbf{X}_\perp}{\mathbf{X}_\perp^2}\right]_{t=t_0}$$

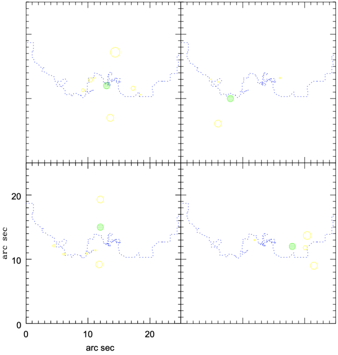
$$F_{\mu\nu} = \partial_t X^\mu \partial_t X^\nu - \partial_\sigma X^\mu \partial_\sigma X^\nu - \eta^{\mu\nu}(\partial_t X)^2,\ t_0 :\ X_{||}(t_0, \sigma) = t_0$$

Поиск аналогичен методу стрельбы, но уже для алгебраической двумерной задачи - триангуляция.
Проблема поиска нескольких корней.

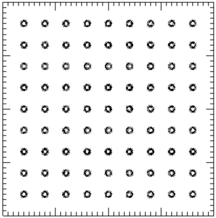
Предыдущие результаты

В de Laix et al. 1997 (PRD) исследовано качественно линзирование на замкнутых струнах и струнах сложной геометрии:

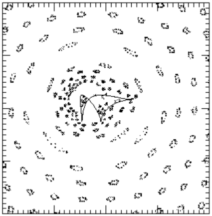
FIG. 1. Several quasar lensing systems. The hatched circle shows the location of the unlensed source and the open circles show the location of the resulting images produced by the string segment (dotted line). The ratio of the areas gives the relative magnification to the source.



Квазар на струне сложной геометрии.



Сетка протяженных источников

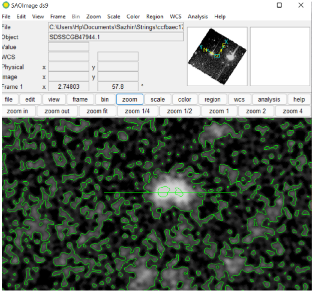


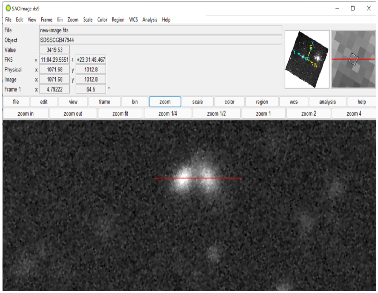
Источники на замкнутой струне

Объект SDSSJ110429, наблюдения

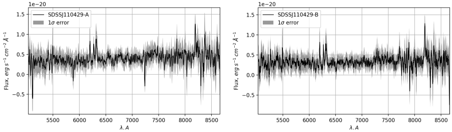
Снято на Himalayan Chandra Telescope, 7 марта 2022.

- $D = 2.0$ m
- $R = 2190$
- $\lambda\lambda\ 5000 - 8350$ Å$(\delta\lambda \sim 3$ Å$)$
- 3 снимка с экспозицией 1800 s.





Объект SDSSJ110429, спектроскопические данные

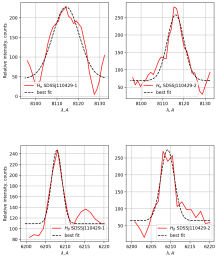


Спектры после обработки

χ^2 тест по профилям линий и их параметрам:

1. $\chi_1^2/\mathrm{DOF}_1 = 0.69,$
2. $\chi_2^2 = 10.32,\ \mathrm{DOF}_2 = 7,\ \text{p-value} = 0.9$

$\delta\lambda$, Å	Pearson r	Spearman r	Kendall r
3.6	0.571	0.613	0.447

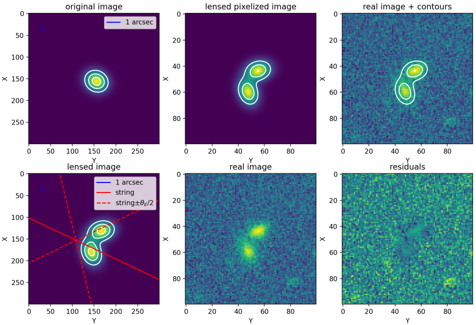


Примеры обработки H_α и H_β.

Спектры совпадают с высокой точностью по всем тестам.

12 параметров (галактика + струна, либо галактика + галактика)

$$\chi^2(\mathbf{a}) = \sum_{i,j} \frac{\left((I^{(\mathrm{m})} * \mathrm{PSF})_{ij} - I_{ij}^{(\mathrm{obs})}\right)^2}{\sigma_{ij}^2} \to \min \tag{1}$$

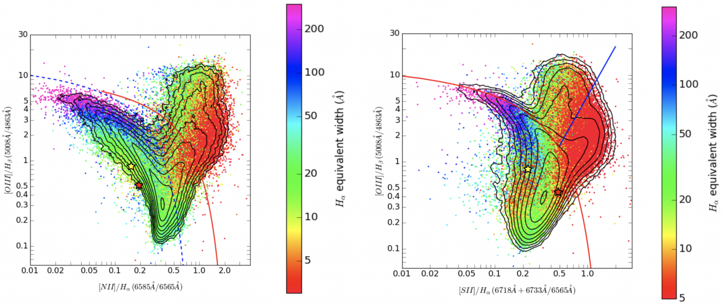


σ_y/σ_x	$\theta_g,\ ^\circ$	$\theta_s,\ ^\circ$	R_s/R_g	$G\mu/c^2$	$i,\ ^\circ$
0.91	4.8	65.2	0.31	0.050	89.9995°

Проверка альтернативной гипотезы

Альтернативная гипотеза: взаимодействующие галактики.

1. Приливное взаимодействие повышает звездообразование. Индикаторы: запрещенные переходы (HII galaxy).
2. Можно посмотреть на BPT-диаграмму.



Итоги работы

1. Разработана и численно реализована модель гравитационного линзирования (ГЛ) на наклонной к картинной плоскости бесконечной прямой струне. Исследовано влияние эффекта наклонения на современное понимание физики ГЛ на космических струнах.
2. Разработана и численно реализована модель ГЛ на изогнутой в картинной плоскости струне, основанная на решении уравнений ОТО. Было обнаружено, что при больших углах изгиба двойное изображение пропадает, что может служить аргументом к факту, что найдено так мало удвоенных изображений, являющихся потенциальными кандидатами в события ГЛ.
3. Получены фотометрические и спектроскопические данные для кандидата в событие ГЛ, близкой пары галактик SDSSJ110429. Они были обработаны и проведена количественная оценка вероятности гипотезы, что этот объект является результатом ГЛ на космической струне. Разработан алгоритм, позволяющий решить обратную задачу восстановления положения струны по картине линзирования, а также получены оценки на параметры струны на основе фотометрии.

Спасибо за внимание!