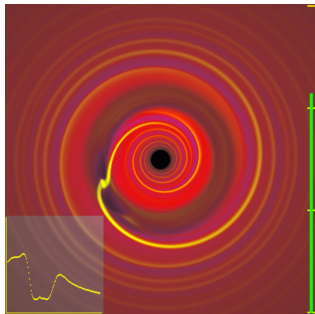
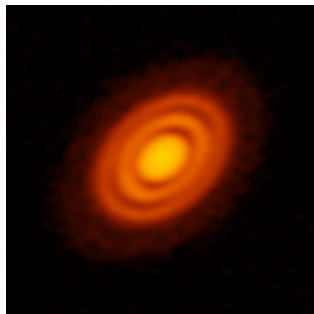


Миграция планет

15 ноября 2017 г.



P. Armitage



ALMA (ESO/NAOJ/NRAO)

Импульсное приближение

- Упрощенное представление о гравитационном взаимодействии газового диска с планетой (Lin & Papaloizou 1979).
- Диск представлен как совокупность частиц.
- И планета и частицы движутся по круговым кеплеровским орбитам вокруг звезды.
- Каждая частица взаимодействует с планетой в момент их очередного сближения, при котором данная частица считается свободной от остальных частиц.
- Задача 2х тел: учет приливного действия звезды не вносит принципиальных изменений (хотя преобладает!).
- Предполагается, что до следующего сближения планеты и частицы ее орбита снова становится круговой за счет взаимодействия с остальными частицами.

$$|\delta v_{\perp}| = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\perp} dt = \frac{2GM_p}{b\Delta v}.$$

$$\Delta j = \delta v_{\parallel} r \Rightarrow \frac{dJ}{dt} = \int \frac{\Delta j}{\Delta t} dm, \text{ где } J = M_p \Omega_p r^2.$$

$$\tau_{mig}^I \equiv \left(\frac{1}{\Omega J} \frac{dJ}{dt} \right)^{-1} = \frac{27}{8} \frac{\Omega_p^4 b_{\min}^3 r}{G^2 M_p \Sigma} \simeq \frac{27\pi}{8} \frac{M_*}{M_p} \delta^2 Q.$$

Пионерская работа Goldreich & Tremaine (1979).

В приближении тонкого диска и легкого спутника
(малых гидродинамических возмущений) было показано:

- Гравитационное поле планеты возбуждает волны плотности в газовом диске.
- Волны плотности, распространяясь в радиальном направлении в обе стороны от планеты, закручиваются в тугие спирали дифференциальным вращением диска.
- Гравитационное взаимодействие планеты с волнами плотности приводит к потере ею орбитального момента импульса.

$$\Gamma_p = - \int_d \Sigma [\mathbf{r}_p \times \mathbf{F}_g] dS = \int_d \Sigma [\mathbf{r}_p \times \nabla \Psi_p] dS = \int_d \Sigma \frac{\partial \Psi_p}{\partial \varphi} dS.$$

$$\Gamma_p = 0, \text{ если } \frac{\partial \Sigma}{\partial \varphi} = 0.$$

Детальный гидродинамический расчет миграции I типа

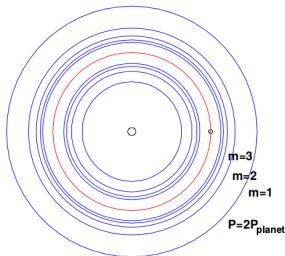
- Переход к фурье-разложению гравитационного потенциала планеты и гидродинамических возмущений в диске:

$$\Psi, X \propto e^{i(m\varphi - \Omega_p t)}.$$

- Решение линейных неоднородных уравнений на гидродинамические возмущения показывает, что волны плотности возбуждаются на коротационном r_c и линдбладовских r_L **резонансах**:

$$\Omega(r_c) = \Omega_p \Rightarrow r_c \approx r_p,$$

$$m(\Omega - \Omega_p) = \pm \kappa \approx \Omega \Rightarrow r_L \approx \left(1 \pm \frac{1}{m}\right)^{2/3} r_p.$$



Из курса Armitage 2017.

Распределение момента импульса от **линдбладовских резонансов** по фурье-гармоникам и их суммирование — Ward (1997).

$$\Gamma_p(m) = -\frac{\pi m \Sigma \psi_m^2}{r \frac{dD_*}{dr}},$$

$$\psi_m = \frac{r \frac{d\phi_m}{dr} + 2m\phi_m f}{\sqrt{1 + 4(mc_s/\Omega)^2}},$$

$$\phi_m = -\frac{GM_p}{r_p} b_{1/2}^m(r/r_p),$$

$$b_{1/2}^m = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos m\theta d\theta}{\sqrt{1 - 2(r/r_p) \cos \theta + (r/r_p)^2}}$$

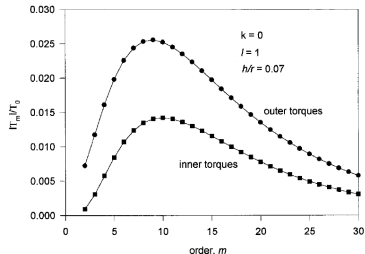
$$f = m(\Omega - \Omega_p)/\Omega.$$

$$D_* = \Omega^2 - m^2(\Omega - \Omega_p)^2 + (mc_s/r)^2.$$

Взаимодействие с внешней частью диска всегда сильнее,
чем с его внутренней частью, поскольку:

- Силовая функция $\psi_m(r > r_p) > \psi_m(r < r_p)$.
 - Линдбладовские резонансы систематически сдвинуты к звезде относительно r_p .
 - Учет градиента Σ не меняет ситуацию.
-
- Двумерное приближение.
 - $\Sigma = \text{const.}$
 - $h/r = \text{const.}$
 - В возмущениях — $\rho = \rho(r)$.
 - Отложено в единицах

$$\Gamma_0 = \left(\frac{M_p}{M_*} \right)^2 \left(\frac{r_p}{h} \right)^3 (\pi \Sigma_p r_p^2) r_p^2 \Omega_p^2.$$



Ward (1997).

Детальный гидродинамический расчет миграции I типа

Составляющая Γ_p за счет коротационного резонанса мала в адиабатических (невязких) дисках.

1) Трехмерный расчет в изотермическом и по r и по z диске с $\Sigma \propto r^{-\gamma}$ дает:

$$\Gamma_L = -(2.34 - 0.1\gamma) \left(\frac{M_p}{M_*} \right)^2 \left(\frac{r_p}{h} \right)^2 \Sigma r_p^4 \Omega^2,$$

$$\Gamma_C = -(0.98 - 0.64\gamma) \left(\frac{M_p}{M_*} \right)^2 \left(\frac{r_p}{h} \right)^2 \Sigma r_p^4 \Omega^2,$$

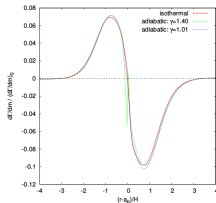
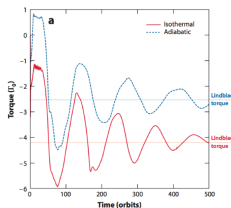
2) Результат трехмерного численного моделирования миграции легкой планеты:

‘Изотермический’ диск: $\Sigma \propto r^{-3/2}$,
 $T = \text{const.}$

‘Адиабатический’ диск: $\Sigma = \text{const.}$,
 $T \propto r^{-1}$.

$$\Gamma_C \propto \frac{d}{dr} \frac{\nabla \times v}{\Sigma} : \text{но! } \frac{d}{dt} \left(\frac{\nabla \times v}{\Sigma} \right) = 0,$$

пока нет генерации бароклинного
градиента энтропии.



Paardekooper et. al (2010). Kley et. al (2012).

Быстрая миграция I типа и открытие щели

1) Скорость миграции I типа начинает превышать скорость аккреции при

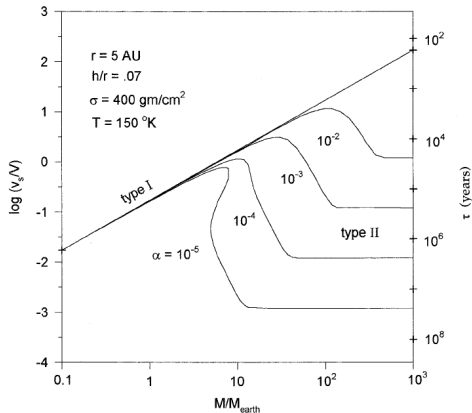
$$\frac{M_p}{M_*} \gtrsim \frac{27\pi}{8} \alpha \delta^4 Q.$$

2) Критерий открытия щели из баланса моментов гравитационной и вязкой силы:

$$\frac{M_p}{M_*} \gtrsim (10\pi)^{1/2} \alpha^{1/2} \delta^{1/2}.$$

3) Геометрический критерий открытия щели:

$$\frac{M_p}{M_*} \gtrsim 3\delta^3.$$



Ward (1997).

Миграция II типа

1) Характерное время миграции II типа есть вязкое время диска:

$$\tau_{mig}^{II} \simeq \alpha^{-1} \delta^{-2}.$$

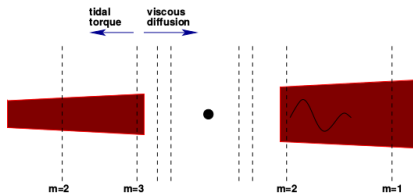
2) При $M_p > M_d(r < r_p)$

$$\tau_{mig}^{II} \simeq \frac{M_p}{M_d(r < r_p)} \alpha^{-1} \delta^{-2}.$$

Ivanov et. al (1999).

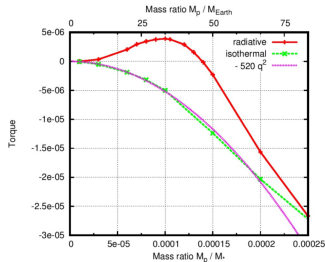
3) Расстояние от звезды, в пределах которого $M_p > M_d$ для $1M_J$..

4) Приложение: ‘горячие’ Юпитеры, формирование планетных систем с резонансами.



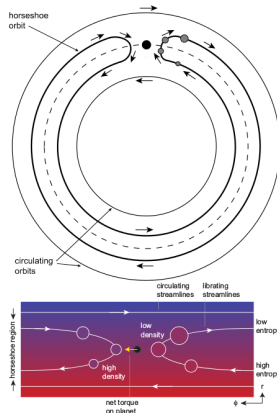
Из курса Armitage 2017.

Вклад коротационного резонанса в момент силы, действующий на планету в неадиабатическом (вязком) диске.



Kley & Crida (2008).

- 1) Вязкий диск с $h/r = 0.05$ и $\alpha = 0.004$.
- 2) Простейшая модель непрозрачности, радиативный перенос энергии.
- 3) Численное моделирование.
- 4) $\tau_{cool} \sim \tau_U \sim \alpha^{-1} \Omega^{-1}$, $\tau_{lib} \sim \tau_\nu$.



Из курса Armitage 2017.

- Взрывная миграция III типа.
- Миграция в самогравитирующем диске.
- Стохастическая миграция.