

Стандартные диски в астрофизике

2 октября 2017 г.

Astiron. & Astrophys. 24, 337–355 (1973)

Black Holes in Binary Systems. Observational Appearance

N. I. Shakura

Sternberg Astronomical Institute, Moscow, U.S.S.R.

R. A. Sunyaev

Institute of Applied Mathematics, Academy of Sciences, Moscow, U.S.S.R.

Received June 6, 1972

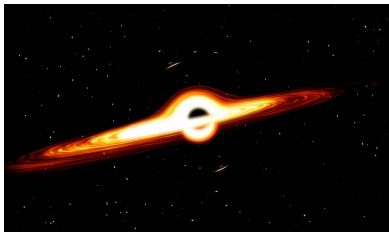
Summary. The outward transfer of the angular momentum of the accreting matter leads to the formation of a disk around the black hole. The structure and radiation spectrum of the disk depend, mainly on the rate of matter inflow $\dot{M}$ into the disk at its external boundary. The dependence on the efficiency of mechanisms of angular momentum transport (connected with the magnetic field and turbulence) is weaker. If $\dot{M} = 10^{-9}$ –

$3 \cdot 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{\text{year}}$ the disk around the black hole is a powerful source of X-ray radiation with $h\nu \sim 1 - 10$ keV and luminosity $L \approx 10^{37} - 10^{38}$ erg/s. If the flux of the accreting matter decreases, the effective temperature of the radiation and the luminosity will drop. On the other hand, when $\dot{M} > 10^{-9} \frac{M_{\odot}}{\text{year}}$ the optical luminosity of the disk exceeds the solar value. The main contribution to the optical luminosity of the black hole arises from reradiation of that part of the X-ray and ultra-violet energy which is initially produced in the central high temperature regions of the disk and which is then absorbed by the low temperature outer regions. The optical radiation spectrum of such objects must be

saturated by broad recombination and resonance emission lines. Variability, connected with the character of the motion of the black hole, with gas flows in a binary system and with eclipses, is possible. Under certain conditions, the hard radiation can evaporate the gas. This can counteract the matter inflow into the disk and lead to autoregulation of the accretion.

If $\dot{M} \gg 3 \cdot 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{\text{year}}$ the luminosity of the disk around the black hole is stabilized at the critical level of $L \approx 10^{38} \frac{M_{\odot}}{\text{erg s}}$. A small fraction of the accreting matter falls under the gravitational radius whereas the major part of it flows out with high velocity from the central regions of the disk. The outflowing matter is opaque to the disk radiation and completely transforms its spectrum. In consequence, at the supercritical regime of accretion the black hole may appear as a bright, hot, optical star with a strong outflow of matter.

Key words: black holes – binary systems – X-ray sources – accretion



spaceengine.org

1) Минимальное вращение ГМО

$$M \sim 10^6 M_{\odot}, l \sim 20 \text{ пк:}$$

$$\Omega_C \simeq \frac{\Delta v}{\Delta r} = \frac{d(r\Omega)}{dr} = \Omega + r \frac{d\Omega}{dr}.$$

Постоянные Оорта

$$A \equiv -r \frac{d\Omega}{dr} = 14.5 \text{ км/с кпк}^{-1},$$

$$B \equiv -\Omega + A = -12 \text{ км/с кпк}^{-1}$$

дают $\Omega_C \simeq -A - B = -2.5 \text{ км/с кпк}^{-1}$.

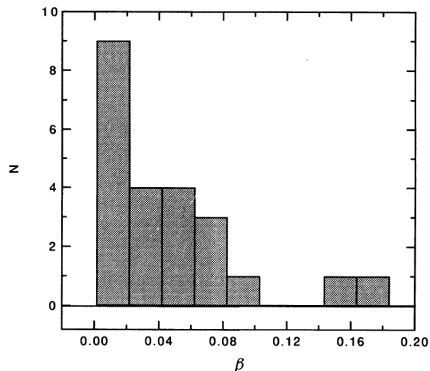
Для фрагмента $M \sim 1 M_{\odot}, l \sim 0.2 \text{ пк:}$

$$J \sim M l^2 \Omega_C \simeq 6 \cdot 10^{52} \text{ г см}^2 \text{ с}^{-1}$$

и

$$\beta \equiv \frac{E_{\text{rot}}}{E_{\text{grav}}} \sim \frac{J \Omega_C l}{2 G M^2} \simeq 10^{-5}.$$

Вращение глобул: Goodman et. al (1993)



Радиус циркуляризации:

$$a_{\text{circ}} \sim \frac{J^2}{G M^3} \simeq 0.5 \left(\frac{\beta}{10^{-5}} \right) \text{ а.е.}$$

2) Характерное время сжатия вдоль оси вращения.

- Время свободного падения: $t_{ff}(M \sim 1M_{\odot}, l \sim 1000 \text{ а.е.}) \simeq 10^4 \div 10^5 \text{ лет.}$
- Время оседания в гидростатическом режиме:

$$t_{hs} \sim \frac{U}{L} = \frac{\int (\gamma - 1)^{-1} p dz}{2\sigma T^4} = \frac{(\gamma - 1)^{-1} \gamma^3 k^4}{2\sigma (\mu m_H)^4} \frac{\Sigma}{(h\Omega)^6},$$

где использовано, что

$$c_s^2 = \frac{\gamma k T}{\mu m_H} \quad \text{и} \quad \underline{c_s \simeq h\Omega}.$$

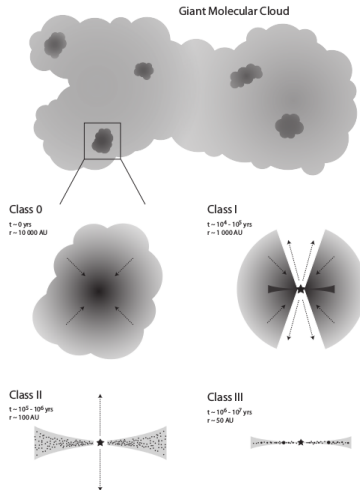
В числах:

$$t_{hs} \simeq 10 \left(\frac{\Sigma}{1000 \text{ г/см}^2} \right) \left(\frac{1}{\delta} \right)^6 \left(\frac{T}{1 \text{ год}} \right)^6 \text{ с}$$

(Вывод и сравнение с характерным временем высвечивания в турбулентном диске - на семинаре).

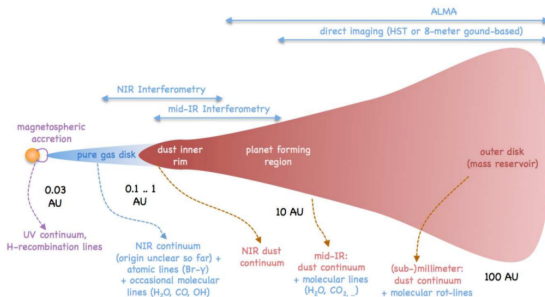
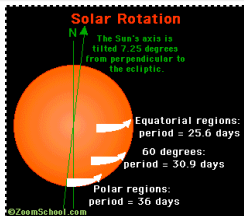
$\Rightarrow$ отсюда, по крайней мере, $\delta < 0.1$.

Рождение протопланетного диска



Windmark (2013).

Рождение протопланетного диска



Dullemond & Monnier (2010).

Уравнения гидродинамики в случае аксиальной симметрии $\partial/\partial\varphi = 0$):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\rho v_r r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0. \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + N_r, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{v_r v_\varphi}{r} = N_\varphi, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + N_z, \quad (4)$$

$$\rho T \left(\frac{\partial s}{\partial t} + v_r \frac{\partial s}{\partial r} + v_z \frac{\partial s}{\partial z} \right) = D - \text{div} \mathbf{Q}, \quad (5)$$

$$D = \eta \left[4 \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} \eta \left(\frac{\partial v_r r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2. \quad (6)$$

$$\frac{c}{3\kappa_R \rho} \nabla(aT^4) = -\mathbf{Q}. \quad (7)$$

$$\kappa_R = \kappa_R(\rho, T); \quad \eta = \eta(\rho, T), \quad \zeta = \zeta(\rho, T).$$

$$\rho N_r = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r w_{rr}) - \frac{w_\varphi \varphi}{r} + \frac{\partial w_{rz}}{\partial z}, \quad (8)$$

$$\rho N_\varphi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 w_{\varphi r}) + \frac{\partial w_{\varphi z}}{\partial z}, \quad (9)$$

$$\rho N_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r w_{zr}) + \frac{\partial w_{zz}}{\partial z}, \quad (10)$$

$$w_{rr} = 2\eta \frac{\partial v_r}{\partial r} + \left(\zeta - \frac{2}{3} \eta \right) \text{div} \mathbf{v}, \quad (11)$$

$$w_{r\varphi} = w_{\varphi r} = \eta \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\varphi}{r} \right) \right], \quad (12)$$

$$w_{rz} = w_{zr} = \eta \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right), \quad (13)$$

$$w_{\varphi\varphi} = 2\eta \frac{v_r}{r} + \left(\zeta - \frac{2}{3} \eta \right) \text{div} \mathbf{v}, \quad (14)$$

$$w_{\varphi z} = w_{z\varphi} = \eta \frac{\partial v_\varphi}{\partial z}, \quad (15)$$

$$w_{zz} = 2\eta \frac{\partial v_z}{\partial z} + \left(\zeta - \frac{2}{3} \eta \right) \text{div} \mathbf{v}, \quad (16)$$

$$\text{div} \mathbf{v} \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r v_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z}.$$

Базовые предположения модели стандартного аккреционного диска:

- Геометрически тонкий поток — $\delta(r) \equiv h(r)/r \ll 1$.
- Азимутальное движение газовых элементов близко к круговому.
- Все физические величины, характеризующие диск, плавно меняются в радиальном направлении.
- Эффективное вязкое напряжение в азимутальном направлении, $W_{r\varphi}$, параметризуется как $W_{r\varphi} = \alpha p$, где $0 < \alpha < 1$.

Тогда система уравнений (1-16) сильно упрощается, и в главном порядке по δ динамика потока в вертикальном и радиальном направлениях разделяется:

- В азимутальном направлении движение вещества близко к круговому кеплеровскому движению, $\Omega \equiv v_\varphi/r \simeq \Omega_K$, описываемому орбитальной частотой $\Omega_K = \sqrt{\frac{GM_*}{r}}$.
- В радиальном направлении процесс аккреции описывается диффузионным уравнением на поверхностную плотность $\Sigma(r) \equiv \int \rho(r, z) dz$.
- В вертикальном направлении сохраняется гидростатическое равновесие, а структура диска описывается балансом вязкого энерговыделения и (лучистым) переносом тепла на поверхность диска.

Динамика в радиальном направлении:

- Условие вертикального гидростатического равновесия (см. след. слайд) дает, что $p/\rho \sim v_\phi^2 \delta^2$, и тогда из радиального баланса сил:

$$\Omega \simeq \sqrt{\frac{GM_*}{r^3}} \sim r^{-3/2}.$$

- Эволюция поверхностной плотности диска:

$$\text{Закон сохранения массы} - \quad \frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\dot{M}}{2\pi}, \quad \text{где } \dot{M} \equiv -2\pi r \Sigma v_r.$$

$$\text{Закон сохранения момента импульса} - \quad \frac{\partial \Sigma}{\partial r} = \frac{3}{2r^{3/2}} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \left(\frac{\dot{M}}{3\pi} - \nu \Sigma \right) \right] \quad (*)$$

$$\Rightarrow \text{Эволюция } \Sigma: \quad \frac{\partial \Sigma}{\partial r} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right]. \quad (*)$$

- Баланс энергии:

$$2\sigma T_d^4 = \frac{9}{4} \nu \Sigma \Omega^2. \quad (*)$$

Вертикальная структура диска:

- Вертикальное гидростатическое равновесие:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -\Omega^2 z \quad \Rightarrow \quad c_s \simeq h\Omega. \quad (*)$$

$$c_s^2(z) = \frac{\gamma - 1}{2} (h\Omega)^2 \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \quad \text{для случая } p(z) = K\rho(z)^\gamma.$$

- * Изотермическое распределение дает $\rho = \rho_c e^{-z^2/(2h^2)}$, где $h \equiv c_s/\Omega$.
- Дифференциальный баланс энергии:

$$\frac{\partial Q_z}{\partial z} = \frac{9}{4} \rho \nu \Omega^2.$$

- Уравнение переноса энергии:

$$Q_z = -\frac{16\sigma T^3}{3\kappa_R \rho} \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (*)$$

- Уравнение состояния, закон для непрозрачности и параметризация вязкости:

$$\rho = \frac{\rho k T}{\mu m_H}, \quad \kappa_R = \kappa_R(\rho, T) \quad \text{и} \quad \nu = \nu(\rho, c_s, \dots?)$$

Стационарный аккреционный диск в однозонной аппроксимации:

$$\nu = \alpha c_s h,$$

$$c_s^2 = \frac{\gamma k T_c}{\mu m_H},$$

$$\rho_c \simeq \frac{\Sigma}{h},$$

$$h \simeq \frac{c_s}{\Omega},$$

$$T_c^4 \simeq \frac{3}{4} \tau T_d^4,$$

$$\tau = \frac{1}{2} \Sigma \kappa_R,$$

$$\nu \Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi},$$

$$\sigma T_d^4 = \frac{9}{8} \nu \Sigma \Omega^2.$$

- Локальная устойчивость (однородного) кеплеровского потока по критерию Рэлея:

$$\frac{dj}{dr} > 0,$$

где $j \equiv \Omega r^2$ - удельный момент импульса вращающегося вещества.

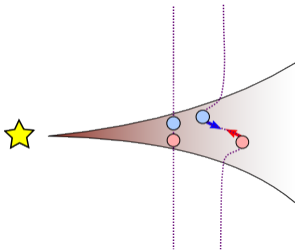
- Однородный кеплеровский поток - линейно устойчив
 $\Rightarrow$ **сверхкритическая** турбулентность невозможна.
- В лабораторных и численных экспериментах не видят турбулентности вплоть до $Re \equiv hc_s/\nu_m \sim 10^5 \div 10^6$.
См., к примеру, работы Ji et al. (2006) и Shen & Stone (2006).
- Но!

$$Re \gtrsim 10^{10}.$$

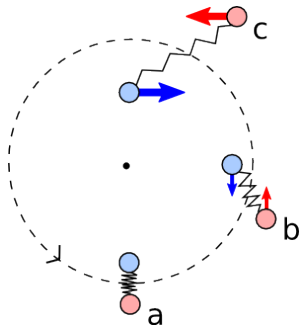
- **Докритическая** турбулентность при $10^6 < R < 10^{10}?$..

Да - если транзиентные возмущения с $g \sim Re^{2/3}$ будут давать положительную обратную связь (“обходной” (bypass) сценарий).

Магниторотационная неустойчивость.

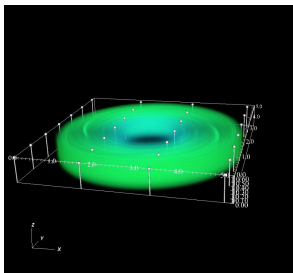


<https://ay201b.wordpress.com/2011/04/11/the-magnetorotational-instability/>

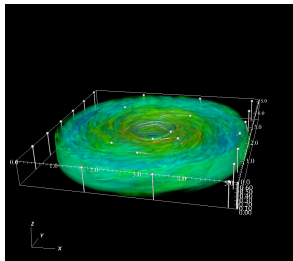


<https://ay201b.wordpress.com/2011/04/11/the-magnetorotational-instability/>

Магниторотационная неустойчивость.



<http://www.dcu.ie>



<http://www.dcu.ie>

В простейшей модели с внешним вертикальным магнитным полем малые осесимметричные возмущения $\propto e^{\omega t - kz}$ растут при условии

$$k < k_{cr}, \quad \text{где} \quad k_{cr} v_A = \sqrt{3} \Omega, \quad \text{а} \quad v_A \equiv \frac{B}{\sqrt{4\pi\rho}}.$$

При этом,

$$(kv_A)_{\max} = \frac{\sqrt{15}}{4}\Omega, \quad |\omega_{\max}| = \frac{3}{4}\Omega.$$

Проблема эффективной вязкости в протопланетном диске

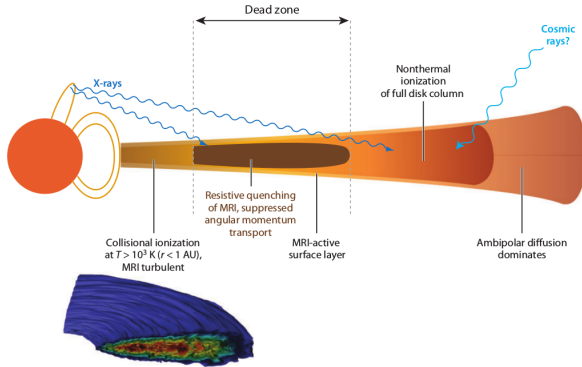


Figure 7

Schematic structure of the protoplanetary disk if the low ionization fraction at radii $r \sim 1$ AU quenches angular momentum transport due to the magnetorotational instability (MRI), forming a dead zone (Gammie 1996). X-rays, produced from the cooling of plasma confined within magnetic field loops in the stellar corona, ionize the disk surface, but fail to penetrate to the midplane. The image in the lower left shows density isosurfaces computed from a simulation of a fully turbulent disk (K. Beckwith, P.J. Armitage & J.B. Simon, unpublished simulations).

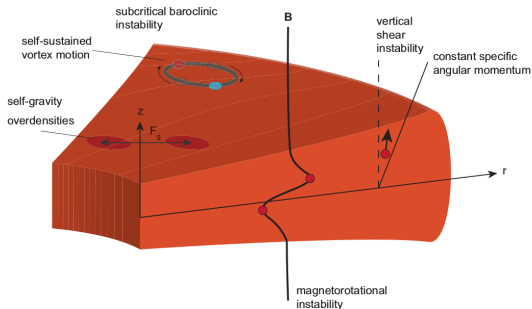


Fig. 16 A summary of the most important instabilities that can be present in protoplanetary disks. *Self-gravity* is important for sufficiently massive and cold disks. It leads to spiral arms and gravitational torques between regions of over-density. The *magnetorotational instability* occurs whenever a weak magnetic field is sufficiently coupled to differential rotation. The magnetic field acts to couple fluid elements at different radii, leading to an instability that can sustain MHD turbulence and angular momentum transport. The *vertical shear instability* feeds off the vertical shear that is set up in disks with realistic temperature profiles. It is a linear instability characterized by near-vertical growing modes. The *subcritical baroclinic instability* is a non-linear instability that operates in the presence of a sufficiently steep radial entropy gradient. It resembles radial convection, and leads to self-sustained vortices within the disk.