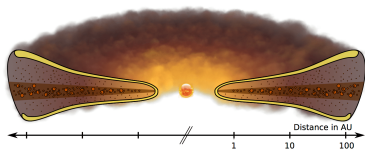


Динамика пыли в протопланетных дисках

18 октября 2017 г.

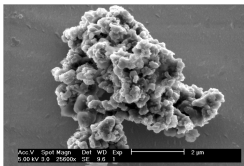


<http://www.til-birnstiel.de>



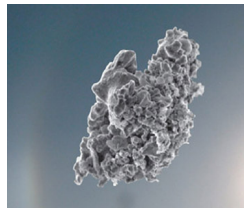
Ливень в Москве 29.05.15

Космическая пылинка



<https://earthandsolarsystem.wordpress.com/2011/06/14/interplanetary-dust-a-sneaky-way-to-study-comets/>

Комнатная пылинка



Шарик радиуса s и плотностью ρ_m со скоростью V движется в газе с плотностью ρ и скоростью звука C_s .

- Режим Эпштайна $\lambda \gg s$.
- Режим Стокса $\lambda \ll s$.



Werle and Gallon (ONERA)



- Режим Эпштайна:

$$\mathbf{F}_D = -\frac{4\pi}{3}\rho s^2 v_{th}\mathbf{v},$$

где $v_{th} = (8/\pi)^{1/2}c_s$ и $v < v_{th}$.

- Режим Стокса:

$$\mathbf{F}_D = -\frac{C_D}{2}\pi s^2\rho v\mathbf{v},$$

где C_D - коэффициент увлечения, определяемый числом Рейнольдса:

$$\text{Re} \equiv \frac{2sv}{\nu_m}, \quad \text{где } \nu_m - \text{коэффициент микроскопической вязкости газа.}$$

$$C_D = 24\text{Re}^{-1} \quad \text{Re} < 1$$

$$C_D = 24\text{Re}^{-0.6} \quad 1 < \text{Re} < 800$$

$$C_D = 0.44 \quad \text{Re} > 800.$$

При $s \simeq \frac{9}{4}\lambda$ величины сил сравниваются.

Weidenschilling (1977).

Средняя длина свободного пробега молекул, характерная для протопланетного диска:

$$\lambda \simeq 30 \left(\frac{\Sigma (1 \text{ a.e.})}{10^3 \text{ г/см}^2} \right)^{-1} \left(\frac{\delta (1 \text{ a.e.})}{0.05} \right) \left(\frac{r}{1 \text{ a.e.}} \right)^{\gamma+3/2-\beta/2} \text{ см},$$

где принято, что

$$\Sigma \propto r^{-\gamma},$$

$$T_c \propto r^{-\beta},$$

а молекулы имеют размер $\sim 10^{-8}$ см.

Характерное время торможения пылинки:
(“сцепленность” с дисперсионной средой)

$$t_s^{-1} \equiv \frac{|F_D|}{mv} \Rightarrow \text{в режиме Эпштайна} \quad t_s = \frac{\rho_m}{\rho} \frac{s}{v_{th}} \quad \text{либо} \quad \tau_s \equiv t_s \Omega \simeq \frac{\rho_m s}{\Sigma}.$$

1) Дифференциальное оседание:

$|v_{settle}| \propto S \Rightarrow$ слипание (коагуляция) пыли.



2) Характерное время оседания:

$$\tau_{settle} = \tau_s^{-1}.$$

3) Характерное время роста массы пылинки при учете коагуляции:

(Сафронов 1969, §8)

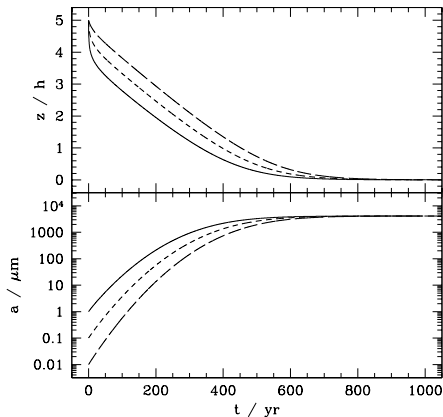
$$\tau_m \simeq \left(f \frac{z}{h}\right)^{-1}, \text{ где } f - \text{массовая доля пыли в среде.}$$

4) При $\tau_{settle} > \tau_m$ - квази-экспоненциальный рост массы пылинок за f^{-1} лет на $r \sim 1$ а.е.

Armitage (2014)

Оседание и рост пылинок

с начальными размерами

 $s = 1, 0.1, 0.01$ мкм. $r = 1$ а.е., $\delta = 0.05$, $\Sigma = 10^3$ г/см², $f = 10^{-2}$, $v_{th} = 10^5$ см/с, $\rho_m = 3$ г/см³.

Относительный темп роста массы:

$$\frac{\dot{m}}{m} \propto m^{\chi}.$$

- $\chi > 0$ - взрывной (runaway) рост.
- $\chi = 0$ - нейтральный (neutral) рост.
- $\chi < 0$ - упорядоченный (orderly) рост.

Отклонение скорости вращения протопланетного диска от
кеплеровской величины:

$$\eta v_K \simeq 40 \frac{\gamma + \beta/2 + 3/2}{\gamma} \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{\delta(1 \text{ a.e.})}{0.05} \right)^2 \left(\frac{r}{1 \text{ a.e.}} \right)^{1/2-\beta} \text{ м/с},$$

где принято, что

$$\Sigma \propto r^{-\gamma}, \quad T_c \propto r^{-\beta}.$$

1) При $\tau_s \ll 1$ частицы вовлечены во вращение газовой компоненты, и медленно падают в направлении на звезду со скоростью, определяемой условием $|F_D|/m = g_{\text{eff}} = \rho^{-1} \partial p / \partial r$.

2) При $\tau_s \gg 1$ частицы свободно движутся по круговым кеплеровским орбитам, но тормозятся встречным ветром со скоростью $\simeq \eta v_K$.

Уравнения движения для пылинки в экваториальной плоскости диска, обладающей скоростью $\mathbf{v} = \{v_r, v_\varphi\}$:

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\Omega_K^2 r - \frac{v_r - v_{r,g}}{t_s},$$
$$\frac{1}{r} \frac{d}{dt}(rv_\varphi) = -\frac{v_\varphi - v_{r,\varphi}}{t_s}$$

в приближении $v_\varphi \gg v_r$ и $v_\varphi \simeq v_{\varphi,g} \simeq v_K$
(также для простоты кладем $v_{r,g} = 0$) дают:

$$v_r = -\frac{2\eta v_K}{\tau_s + \tau_s^{-1}}.$$

$$\max v_r(\tau_s = 1) = \eta v_K$$

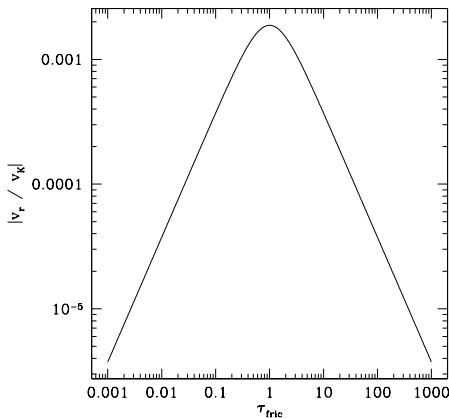
Armitage (2014)

Скорость радиального дрейфа для $\eta \simeq 4 \cdot 10^{-3}$.

При $r = 1$ а.е. это соответствует времени дрейфа ~ 250 лет.

Время дрейфа $\propto r$ при $T_c \propto r^{-1/2}$.

Размер частиц, которые дрейфуют быстрее всего?..



$$\underline{\text{Случай } \tau_s \ll 1} \Rightarrow v_r \simeq -2\eta v_K \tau_s.$$

1) Дифференциальный дрейф:

$$|v_r| \propto s \Rightarrow \text{вновь коагуляция пыли.}$$



2) Характерное время дрейфа:

$$\tau_{drift} = (2\eta\tau_s)^{-1}.$$

3) Характерное время роста массы пылинки при учете коагуляции:

$$\tau_m \simeq (\eta f)^{-1} \delta.$$

4) $\tau_{drift} > \tau_m$ вплоть до $\tau_s \sim 1$.

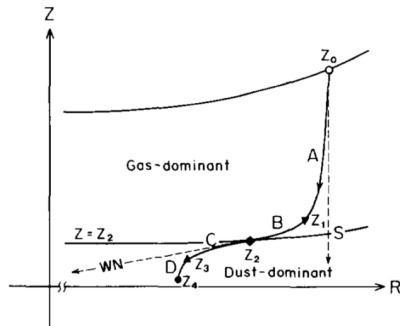
Детальный расчет динамики и коагуляции пыли под действием аэродинамических сил.

Nakagawa et. al (1986)

- Начальное распределение пыли и газа в диске - модель СДММ.
- Динамика газопылевой смеси в рамках двух-жидкостной модели.
- Учет коагуляции в простейшем приближении “выметания” роя пылинок “целевой” частицей (Сафронов 1969).

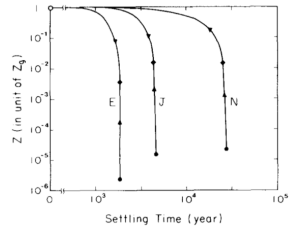
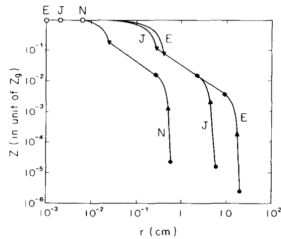
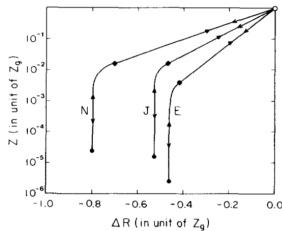
PHYSICAL PARAMETERS AND CHARACTERISTIC QUANTITIES OF MODEL SOLAR NEBULA

	Zone		
	Earth (1 AU)	Jupiter (5.2 AU)	Neptune (30 AU)
σ_d , surface density of dust particles (g cm^{-2})	7.1	2.5	0.18
σ_g , surface density of nebular gas (g cm^{-2})	1.7×10^3	1.4×10^2	10.
T , temperature (°K)	280	123	51
Z_g , half-thickness of nebular gas (AU)	0.0472	0.371	3.31
ρ_g , gas density (g cm^{-3})	1.4×10^{-9}	1.5×10^{-11}	1.2×10^{-13}
η , one-half of the ratio of pressure force to solar gravity	1.8×10^{-3}	4.1×10^{-3}	9.9×10^{-3}
l_g , mean free path of gas molecules (cm)	1.4	1.3×10^2	1.7×10^4
μ , mean molecular weight	2.34	2.34	2.34
ρ_s , assumed solid density of a dust particle (g cm^{-3})	2	1	1
r_0 , assumed initial radius of a dust particle (cm)	1.0×10^{-3}	2.0×10^{-3}	6.0×10^{-3}
p_s , assumed sticking probability	1	1	1
r_s , Safronov's maximum radius (cm)	0.44	0.32	0.023
r_c , critical radius for vertical oscillation (cm)	24	46	3.3
r^* , critical radius for vertical collisions (cm)	1.3	0.95	0.068



Детальный расчет динамики и коагуляции пыли под действием аэродинамических сил.

Nakagawa et. al (1986)



Конечный размер частиц падает с расстоянием. Почему?..

Fromang & Papaloizou (2006).

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} = D \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_p}{\rho} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} (z \Omega \tau_s \rho_p).$$

Для тонкого слоя пыли в стационарном состоянии $\rho \simeq \text{const}$, $\tau_s \simeq \text{const}$, и решение

$$\frac{\rho_p}{\rho} = \frac{\rho_p}{\rho} \Big|_{z=0} \exp \left[-\frac{z^2}{2h_{\text{diff}}^2} \right],$$

где

$$h_{\text{diff}} = \sqrt{\frac{D}{\Omega \tau_s}} \quad \Leftarrow \quad \text{следует из } t_{\text{diff}} \simeq \frac{h_{\text{diff}}^2}{D} \simeq t_{\text{settle}}.$$

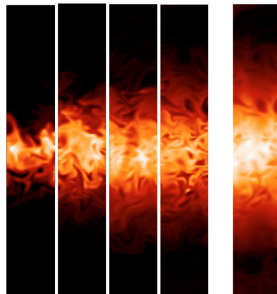
Armitage (2009).

Если $D \simeq \nu \equiv \alpha c_s h$:

$$\frac{h_p}{h} \simeq \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_s}} \quad ?!..$$

Распределение плотности пыли на 3, 5, 10 и 15 обороте диска.

Справа - распределение плотности газа на 15 обороте.



Несмотря на турбулентность в облаке, вызванную восходящими конвективными потоками:

