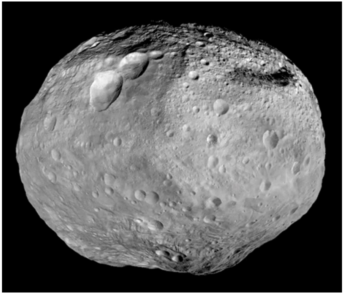
Рост планетных эмбрионов

1 ноября 2017 г.



Веста (NASA ?)

Плутон (New Horizons, NASA)

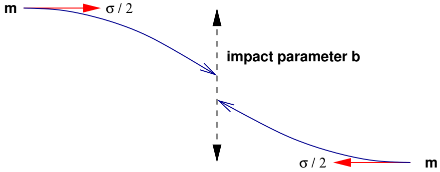
Сближение 2х одинаковых планетезималей.

m - масса каждой планетезимали,

σ - относительная скорость подлета на бесконечности,

b - прицельный параметр.

R_S - сумма радиусов обеих планетезималей.



Armitage (2014).

Законы сохранения энергии и момента импульса дают максимальное b, соответствующее столкновению тел (в общем случае $2m \to m_1 + m_2$):

$$b_{\max}^2 = R_S^2 \left(1 + \frac{v_{esc}^2}{\sigma^2}\right), \quad v_e = \frac{4Gm}{R_S},$$

откуда сечение столкновения планетезималей:

$$\Gamma = \pi R_S^2 F_g \equiv \pi r_{coll}^2,$$

где

$$F_g = 1 + \frac{v_e^2}{\sigma^2} \equiv 1 + 2\Theta, \ \Theta \text{ - число Сафронова.}$$

Приближение Хилла:
(1878)

$$M_p \ll M_* \quad x, y \ll r_0.$$
$$x \equiv r - r_0 \quad y \equiv r_0(\varphi - \varphi_0).$$

Уравнения:

$$\ddot{x} - 2\Omega\dot{y} = \left(3\Omega^2 - \frac{GM_p}{\Delta^3}\right) x,$$

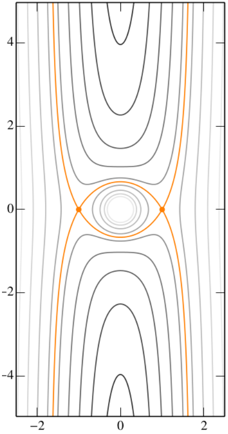
$$\ddot{y} + 2\Omega\dot{x} = -\frac{GM_p}{\Delta^3} y,$$

$$\ddot{z} + \Omega^2 z = -\frac{GM_p}{\Delta^3} z,$$

в которых:

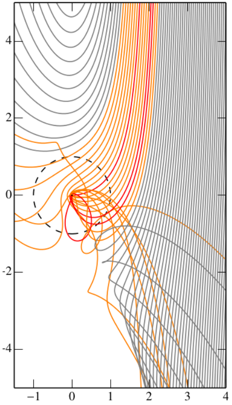
$$\Omega^2 = \frac{GM}{r_0^3}, \quad \Delta \equiv (x^2 + y^2)^{1/2}.$$

Эквипотенциальные поверхности на z=0.



C. Ormel (2016)

Индивидуальные траектории.



C. Ormel (2016)

Типы траекторий:

- Подковообразные: $b \lesssim 1.7 r_H$.
- Проникающие (оранжевые): $1.7 r_H \lesssim b \lesssim 2.5 r_H$.
- Целевые (красные): $r_p < 5 \times 10^{-3} r_H$.
- Квази-круговые: $b \gtrsim 2.5 r_H$.

Дисперсионный и сдвиговый режимы взаимодействия

- радиус Хилла:

$$r_H = \left(\frac{M_p}{3M_*}\right)^{1/3} r.$$

- При $r_p \sim r_H$:

$$\Omega \sim \Omega_p,$$

где r_p - расстояние до эмбриона, а

$$\Omega_p \equiv \left(\frac{GM_p}{r_p^3}\right)^{1/2}.$$

- Скорость Хилла:

$$v_H \equiv \Omega_p(r_H)\, r_H = \left(\frac{GM_p}{r_H}\right)^{1/2} \simeq \Omega r_H.$$

$\sigma > v_H$ либо $\sigma < v_H$ — соответственно, дисперсионный, либо сдвиговый режимы взаимодействия планетезимального роя с эмбрионом. (Здесь и далее σ — дисперсия скоростей в планетезимальном диске)

$$\sigma = v_H \quad \Rightarrow \quad h_{pl} = r_H.$$

- Пусть $\sigma \simeq 0$.
- Характерная скорость захода в сферу Хилла:

$$\sigma_H \simeq 2 r_H \, r\Omega' = 3 r_H \Omega.$$

- Фактор фокусировки как в задаче 2х тел:

$$\tilde{F}_g = 1 + \frac{v_e^2}{\sigma_H^2} \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_m}{\rho_*} \right)^{1/3} \frac{r}{R_*},$$

где ρ_m и ρ_* средние плотности эмбриона и звезды.

- Фокусировка не зависит от M_p.

Характерные расстояния от эмбриона в единицах его радиуса R_p.

При $v_e > \sigma > v_H$.

1) Столкновительный радиус:

$$\frac{r_{coll}}{R_p} \equiv F_g^{1/2} = \frac{v_e}{\sigma} = \frac{R_p}{R_*} \left(\frac{\rho_m}{\rho_*}\right)^{1/2} \left(\frac{r}{R_*}\right)^{1/2} (\delta\delta_{pl})^{-1}.$$

где ρ_m и ρ_* - средние плотности вещества эмбриона и звезды, R_* - радиус звезды, а $\delta_{pl} \equiv h_{pl}/h$.

2) Радиус гравитационного захвата:

$$r_g \equiv \frac{GM_p}{\sigma^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_g}{R_p} = \left(\frac{r_{coll}}{R_p}\right)^2.$$

3) Радиус Хилла:

$$\frac{r_H}{R_p} = \frac{r}{R_*}.$$

Характерные расстояния от эмбриона в единицах его радиуса R_p.

При $\sigma < v_H$.

1) Столкновительный радиус:

$$\frac{\tilde{r}_{coll}}{R_p} \equiv \tilde{F}_g^{1/2} = \left(\frac{r}{R_*}\right)^{1/2}.$$

2) Радиус гравитационного захвата:

$$r_g = r_H.$$

3) Радиус Хилла:

$$\frac{r_H}{R_p} = \frac{r}{R_*}.$$

4) Из (1) и (3):

$$\frac{\tilde{r}_{coll}}{r_H} = \left(\frac{R_*}{r}\right)^{1/2}.$$

Дисперсионный и сдвиговый режимы взаимодействия

$v_e \gg v_H$ всегда:

$$\frac{v_H}{v_e} \simeq \left(\frac{R_*}{r}\right)^{1/2}.$$

По мере роста эмбриона (при постоянном σ):

1) В дисперсионном режиме при $\sigma > v_e \gg v_H$:

$$r_{coll}, r_g < R_p, \quad h_{pl} \gg r_H \gg R_p.$$

2) В дисперсионном режиме при $v_e > \sigma > v_H$:

$$R_p < r_{coll} < r_g < r_H < h_{pl}.$$

3) При $\sigma = v_H \ll v_e$:

$$R_p < \tilde{r}_{coll} < r_g = r_H = h_{pl}.$$

4) В трехмерном сдвиговом режиме при $(R_*/r)^{1/2} v_H < \sigma < v_H \ll v_e$:

$$R_p < \tilde{r}_{coll} < h_{pl} < r_g = r_H.$$

5) В двумерном сдвиговом режиме при $\sigma < (R_*/r)^{1/2} v_H$:

$$R_p < h_{pl} < \tilde{r}_{coll} < r_g = r_H.$$

* Фактор фокусировки в двумерном сдвиговом режиме

При $\sigma < (R_*/r)^{1/2} v_H < v_H$.

$$\tilde{F}_g^{2D} = \left(\frac{r}{R_*}\right)^{1/2} \frac{h_{pl}}{R_p} \propto M^{-1/3}.$$

"Фокусировка" падает с M_p.

Численный расчет фактора фокусировки. Greenzweig & Lissauer (1990).

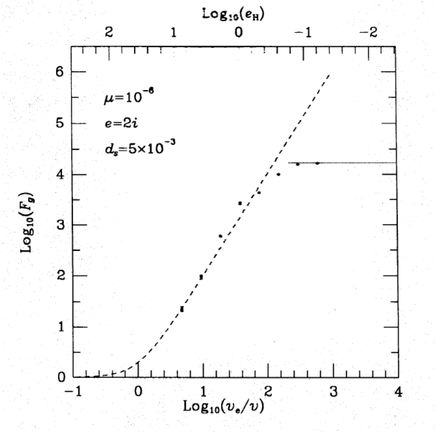
$$F_g \equiv \frac{\dot{M}_{3B}}{\dot{M}_{1B}}.$$

$$\mu \equiv \frac{M_p}{M_*}.$$

$$d_s \equiv \frac{R_p + R_{pl}}{r_H}.$$

Налетающие планетезимали равномерно распределены по r, но имеют одинаковые $e = 2i$.

Считаются индивидуальные траектории планетезималей.



Рост эмбриона

Двухгрупповое приближение:

- Диск планетезималей (условно малых тел)
  Σ_{pl}, σ, h_{pl}, M_{pl}, R_{pl}, v_e.
- Диск планетных эмбрионов (условно больших тел)
  Σ_p, σ_p, h_p, M_p, R_p, V_e, V_H.

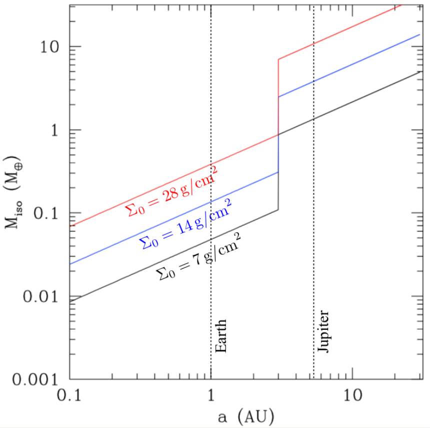
Характерное время аккумуляции массы в приближении “выметания”.

- При $\sigma > V_e$ (нет гравитационной фокусировки):
$$\tau_M \simeq \frac{\rho_M R_p}{\Sigma_{pl}}.$$
- При $V_H < \sigma < V_e$ (дисперсионный режим):
$$\tau_M \simeq \frac{\sigma^2}{2\pi G \Sigma_{pl} R_p} = \frac{1}{2} \frac{\sigma\Omega}{\pi G \Sigma_{pl}} \frac{h_{pl}}{R_p}.$$
- При $(R_*/r)^{1/2} V_H < \sigma < V_H$ (сдвиговый режим):
$$\tau_M \simeq \frac{3}{2} \frac{\sigma\Omega}{\pi G \Sigma_{pl}} \frac{r}{R_*}.$$
- При $\sigma < (R_*/r)^{1/2} V_H$ (двумерный сдвиговый режим):
$$\tau_M \simeq \pi \frac{\sigma\Omega}{\pi G \Sigma_{pl}} \left(\frac{\rho_M}{\rho_*}\right)^{1/2} \left(\frac{r}{R_*}\right)^{3/2} \frac{R_p}{h_{pl}}.$$

Масса эмбриона, при которой суммарная масса планетезималей в его области захвата (feeding zone) равна ей самой:

$$M_{iso} = \frac{8}{\sqrt{3}} \pi^{3/2} C^{3/2} M_*^{-1/2} \Sigma^{3/2} r^3.$$

- На 1 а.е. при $\Sigma_{pl} = 10\,\text{г}/\text{см}^2$, $M_* = M_\odot$, $C = 2\sqrt{3}$:
$$M_{iso} \simeq 0.07 M_\oplus.$$
- На 5 а.е. при $\Sigma \propto r^{-3/2}$:
$$M_{iso} \sim 1 \div 5 M_\oplus.$$



из курса Mordasini

Процессы, за счет которых меняется дисперсия скоростей планетезималей (с учетом возможного распределения по массам):

1) Нагрев за счет гравитационного рассеяния.

2) Нагрев за счет столкновительного рассеяния.

3) Динамическое трение.
Происходит только при взаимодействии тел разных масс.
$m_1\sigma_1^2 = m_2\sigma_2^2$

4) Охлаждение за счет столкновений.

5) Охлаждение за счет аэродинамической силы.

Важные следствия:

1) Переход от упорядоченного роста в режиме $\sigma > v_e$ (нет эмбрионов) к взрывному росту в режиме $\sigma < v_e \Leftarrow$ действие динамического трения (Wetherill & Stewart 1989).

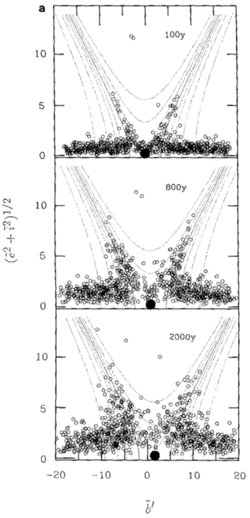
2) Переход от взрывного роста (есть эмбрионы) к олигархическому $\Leftarrow$ действие гравитационного рассеяния планетезималей на эмбрионах (Ida & Makino 1993).

- В процессе взрывного роста эмбриона темп нагрева им окружающих планетезималей быстро растет.
- Задача о прогреве планетезимального диска одним эмбрионом дает зону прогрева $\sim 10 r_H$.
- Рост эмбриона замедляется, т.к. $F_g \sim const$ за счет растущей $\sigma \propto M_p^{1/3}$.
- Рост эмбриона становится упорядоченным по отношению к эмбрионам с другими областями захвата, но остается взрывным по отношению к эмбрионам, вошедшим в его зону захвата ("война олигархов").
- Аналитический критерий перехода в олигархический режим:

$$2\Sigma_p M_p = \Sigma_{pl} m_{pl}$$

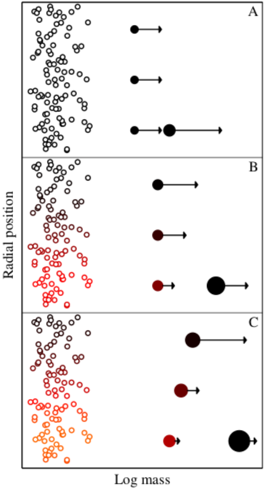
может быть получен из равенства темпов прогрева планетезималей самими собой и эмбрионами.

Ida & Makino (1993)



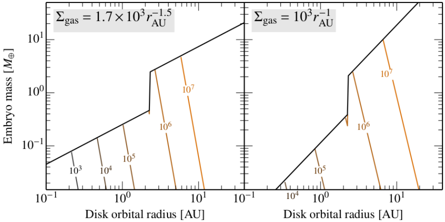
Рост олигархов

- Олигархи остаются на почти круговых орбитах за счет динамического трения.
- Темп роста олигархов остается высоким за счет $F_g \gg 1$.
- После достижения олигархами их уединенной массы диск планетезималей истощается.



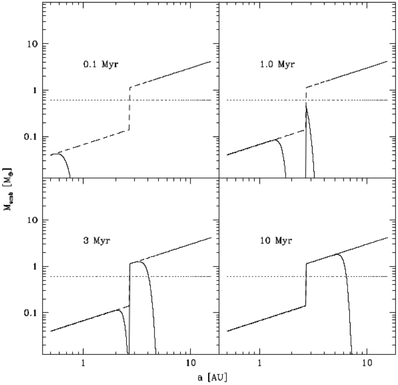
Из курса Ormel

Время олигархического роста в зависимости от положения в диске.



Из курса Ormel

Волна формирования протопланет (модель СДММ).



Mordasini et. al (2009)

Вывод: есть проблема образования газовых, и особенно, ледяных гигантов.
Возможные решения:
(а) осыпная аккреция (peeble accretion),
(б) миграция эмбрионов.

- Бесстолкновительный негравитирующий тонкий планетезимальный диск локально описывается уравнением:

$$\frac{Df_0}{Dt} \equiv \frac{\partial f_0}{\partial t} + v_x \frac{\partial f_0}{\partial x} + v_z \frac{\partial f_0}{\partial z} - 2\Omega v_x \frac{\partial f_0}{\partial v_y} + (3\Omega x + 2v_y)\Omega \frac{\partial f_0}{\partial v_x} - \Omega^2 z \frac{\partial f_0}{\partial v_z} = 0,$$

где $-\nabla(\Phi - \frac{1}{2}\Omega^2 r^2) = (3\Omega^2 x,\ 0,\ -\Omega^2 z)$.

- Решение - анизотропное гауссово распределение:

$$f_0 = C \exp\left(-\frac{v_x^2}{2\sigma_x} - \frac{u_y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{v_z^2 + \Omega^2 z^2}{2\sigma_z^2}\right),$$

где $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ - дисперсия скоростей с $\sigma_y = \sigma_x/2$, а $u_y = v_y + 3/2\Omega x$.

- Нормировка распределения:

$$C = \frac{n(x, y, z)}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x \sigma_y \sigma_z}.$$

- С учетом физических столкновений и гравитационного рассеяния, происходящих на характерных временах $\gg \Omega$, состояние планетезимального диска по-прежнему описывается f_0, но с $\sigma(t)$.

- Эквивалентно, $f = f_0 + f_1$ с $|f_1| \ll |f_0|$ (Lissauer & Stewart 1993):

$$\frac{Df_1}{Dt} = \frac{\delta f_0}{\delta t}|_{coll} + \frac{\delta f_0}{\delta t}|_{grav}, \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \langle nv^2 \rangle}{\partial t} = \int d^3 v \left(\frac{\partial f_1}{\partial t}\right) v^2.$$

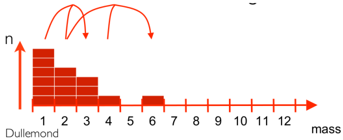
Lissauer & Stewart (1993).

Существует $i = 1..N$ сортов тел массой $m_i = i \cdot m$ и дисперсией скоростей v_i:

$$\frac{dv_i}{dt} = \sum_k [A+B+C+D+E](n_k)_{ik}.$$

Дискретная формулировка уравнения коагуляции:

$$\frac{dn_k}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i+j=k} A_{ij}(v_i, v_j, m_i, m_j \ldots) n_i n_j - n_k \sum_{i=1}^{\infty} A_{ik}(v_i, v_k, m_i, m_k \ldots) n_i.$$



1. *"Viscous stirring" resulting from gravitational scattering*:

$$A = \frac{3}{4}\frac{\sqrt{\pi}G^2}{v_i V_{ik}^3}\rho_k \ln\Lambda[(9L-12\sqrt{3})(m_i+m_k){v_i}^2+(5L-4\sqrt{3})(m_k {v_k}^2-m_i {v_i}^2)] \tag{8}$$

where ρ_k is the density (specific gravity) of the planetesimals of mass m_k, ${V_{ik}}^2 \equiv {v_i}^2+{v_k}^2, L \equiv \ln[(2+\sqrt{3})/(2-\sqrt{3})] \approx 2.634$, and $\Lambda \equiv \sin(\Psi_{\max}/2)/\sin(\Psi_{\min}/2)$. The angle Ψ is related to the impact parameter b according to the Rutherford scattering formula,

$$\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right) = \left(1+\frac{b^2}{b_o^2}\right)^{-1/2} \tag{9}$$

where $b_o = G(m_i+m_k){V_{ik}}^{-2}$. The minimum deflection angle, $\Psi_{\min}$, is calculated with an impact parameter $b = b_{\max} = \max(v_i/\Omega, v_k/\Omega)$. The maximum deflection angle, $\Psi_{\max}$, is calculated using the impact parameter corresponding to the 2-body gravitational capture cross section,

$$b = b_{\min} = R_g = (R_i+R_k)\left[1+\frac{2b_o}{(R_i+R_k)}\right]^{1/2}. \tag{10}$$

2. *Viscous stirring caused by inelastic collisions*:

$$B = \frac{\sqrt{\pi}}{8}\left(\sqrt{3}-\frac{5L}{12}\right)\frac{V_{ik}}{v_i}\rho_k {R_g}^2 \frac{m_k({v_i}^2-{v_k}^2)+2m_i{v_i}^2}{(m_i+m_k)^2}. \tag{11}$$

3. *Velocity damping due to energy dissipated by inelastic collisions*:

$$C = -\sqrt{\pi}\left(\frac{11\sqrt{3}}{18}+\frac{L}{24}\right)\frac{V_{ik}}{v_i}\rho_k {R_g}^2 \frac{m_k({v_i}^2-{v_k}^2)+2m_i{v_i}^2}{(m_i+m_k)^2}. \tag{12}$$

4. *Energy transfer from large bodies to small ones via dynamical friction*:

$$D = \frac{4\sqrt{\pi}\,L\,G^2}{v_i\,{V_{ik}}^3}\rho_k \ln\Lambda(m_k{v_k}^2-m_i{v_i}^2). \tag{13}$$

5. *Energy damping caused by gas drag*:

$$E = -\pi\left(\frac{C_D}{2m_i}\right)\rho_g {R_i}^2 v_i(v_i+\eta) \tag{14}$$

where C_D is the drag coefficient, ρ_g is the gas density, and η is the velocity of a body moving in a circular Keplerian orbit relative to the that of the nebular gas, which orbits at a slower velocity because it is partially supported by thermal pressure (cf. Adachi et al. 1976; Weidenschilling 1977*a*).

1) Счетная область шириной 0.17 а.е. расположена на 1 а.е.

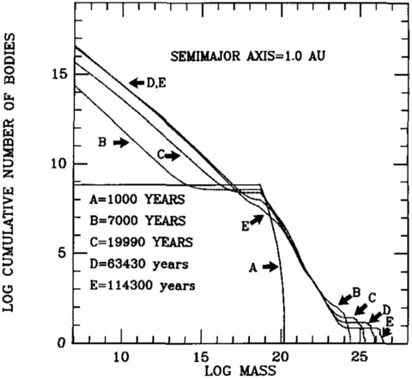
2) Старт с 10^9 планетезималей массой $5 \cdot 10^{18}$ г каждая.

3) Учет фрагментации в уравнении коагуляции.

4) Через 1000 лет — 52 эмбриона массой выше 30 начальных масс.

5) Через 7000 лет — самый большой эмбрион имеет радиус 1000 км.

6) К 100000 лет — 7 протопланет радиусами до 2500 км.



Wetherill & Stewart (1993)

Взрывной рост

1) Счетная область шириной 0.02 а.е. расположена на 1 а.е.

2) Старт с 3000 тел массой 10^{23} каждое.

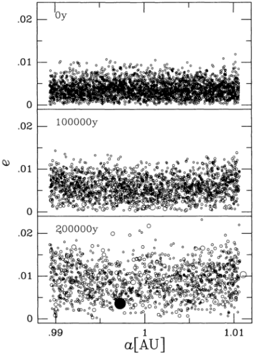
3) Через 200000 лет — 1 протопланета массой 200 начальных, с малым наклонением и эксцентриситетом орбиты.

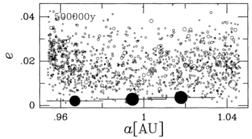
Олигархический рост

1) Счетная область шириной 0.092 а.е. расположена на 1 а.е.

2) Старт с 4000 тел массой от 10^{23} до 10^{24} каждое.

3) Через 500000 лет — 3 протопланеты радиусами более 2000 км, с разделением $\sim 10 r_H$.





Kokubo (2001)