Минимальный радиус протопланеты с газовой оболочкой:

$$R_p \gtrsim \delta R_* \left(\frac{\rho_*}{\rho_m} \right)^{1/2} \left(\frac{R_*}{r} \right)^{1/2}.$$

Радиус ядра планеты, при котором размер ее статической оболочки сравняется с полутолщиной газового диска:

$$R_p = \delta R_* \left(\frac{\rho_*}{\rho_m} \right)^{2/3}.$$

Радиус ядра планеты с массивной статической изотермической газовой оболочкой.

$$\frac{dP}{dR} = -\frac{GM_p}{R^2} \rho \Rightarrow h_{atm} = \frac{R_p^2}{r_g}.$$

Пусть $M_e \gtrsim \epsilon M_p$:

$$R_p \gtrsim \delta R_* \left(\frac{\rho_*}{\rho_m} \right)^{1/2} \left[\ln \left(\frac{\epsilon}{3e} \right) \right]^{1/2} \left(\frac{R_*}{r} \right)^{1/2}.$$

Система уравнений, описывающая строение квази-статической газовой оболочки в предположении:

- Нагрева планетезимальной аккрецией с выделением всего тепла на поверхности протопланеты.
- Радиативного охлаждения.
- Идеального газа.

$$\begin{aligned}\frac{dM}{dR} &= 4\pi R^2 \rho, \\ \frac{dp}{dR} &= -\frac{GM}{R^2} \rho, \\ \frac{dT}{dR} &= -\frac{3\kappa_R \rho}{16\sigma T^3} \frac{L}{4\pi R^2}, \\ p &= \frac{k}{\mu m_H} \rho T, \\ L &= \frac{GM_p}{R_p} \dot{M}_{pl}.\end{aligned}$$

ρ, ρ, T - давление, плотность и температура вещества в оболочке.
 $M(R), M_p$ - лагранжева масса в оболочке и масса протопланеты (будущего ядра планеты).

$\dot{M}_{pl}$ - заданный темп аккреции планетезималей.

κ_R, L - росселандова непрозрачность и светимость.

Аналитическая оценка максимально возможной массы оболочки Stevenson (1982).

Полная масса планеты:

$$M_t = M_e + M_p.$$

$$M_e = \frac{256\pi^2\sigma}{3\kappa_R L} \left(\frac{\mu m_H G M_t}{4k} \right)^4 \ln \left(\frac{r_g}{R_p} \right).$$

$$\Rightarrow M_t = M_p + \left(\frac{C}{\kappa_R \dot{M}_{pl}} \right) \frac{M_t^4}{M_p^{2/3}}.$$

Условие $dM_p/dM_t = 0$ дает критическую массу:

$$M_p^{crit} \simeq 0.4 \left(\frac{\kappa_R \dot{M}_{pl}}{C} \right)^{3/4}.$$

В зависимости от модели непрозрачности точные расчеты дают для $r \sim 5$ а.е.

$$M_p^{crit} = 5 \div 15 M_{\oplus}.$$

Стадии роста планеты-гиганта

- Рост эмбриона.
- Совместный рост ядра и **встроенной** оболочки (охлаждение полностью компенсируется планетезимальной аккрецией).
- Рост **встроенной** оболочки за пределами M_p^{crit} (охлаждение компенсируется уплотнением оболочки).
- **Взрывной** рост **обособленной** оболочки (охлаждение компенсируется сжатием оболочки).
- Эволюция **изолированной** оболочки планеты-гиганта.

Из курса Mordasini.

Обобщение модели:

- Баланс энергии в общем виде

$$\frac{dL}{dR} = 4\pi R^2 \rho \left(\epsilon - T \frac{\partial S}{\partial t} \right)$$

- Учет возможной конвекции в теплопереносе

$$\nabla_{rad} = \left(\frac{\partial T}{\partial \rho} \right)_{rad} = \frac{3\kappa_R \rho}{64\pi\sigma GMT^4}, \quad \nabla_{ad} = \left(\frac{\partial T}{\partial \rho} \right)_S.$$

$$\text{При } \nabla_{rad} > \nabla_{ad} \Rightarrow L = L_{rad} + L_{conv}.$$

- Граничные условия

- а) На R_p : $M(R_p) = M_p$.
- б) На $\min\{r_g, r_H\}$: $M_t = M_p + M_e$, ρ, ρ, T равны значениям в диске.
- в) Свободная внешняя граница для модели обособленной оболочки.

Стадия встроенной оболочки: нагрев планетезимальной аккрецией

Из курса Mordasini.

1) Модель стандартного стационарного диска

$$\alpha = 10^{-2} \text{ и } \dot{M} = 10^{-7} M_{\odot} / \text{год.}$$

2) Внешняя граница оболочки на r_H .

3) Слева направо:

$$\dot{M}_{pl} = 10^{-11}, -10, -9, -8, -7, -6 M_{\oplus} / \text{год.}$$

$$4) M_t = f(M_p(t)).$$

Papaloizou & Terquem (1999).

Стадия встроенной оболочки: нагрев уплотнением

Из курса Mordasini.

1) Модель стандартного стационарного диска

$\alpha = 10^{-3}$ и $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot}/\text{год}$.
vspace0.2cm

2) Внешняя граница оболочки на r_H .

3) Аккреции планетезималей **нет**.

4) Интегральный баланс энергии:

$$\frac{dE}{dM_t} \frac{dM_t}{dt} = -L, \quad \dot{M}_t - \text{считается.}$$

Papaloizou & Nelson (2005).

5) $r = 5 \text{ a.e.}$, $M_p = 15 M_{\oplus}$,
Темп аккреции дан в $M_{\oplus}/\text{год}$,
характерное время аккреции - в годах.

Из курса Mordasini.

Papaloizou & Nelson (2005).

- 1) Модель стандартного стационарного диска
 $\alpha = 10^{-3}$ и $\dot{M} = 10^{-7} M_{\odot}/\text{год}$.
- 2) Внешняя граница оболочки, r_S - свободная, $M_p = 15M_{\oplus}$.
- 3) Аккреции планетезималей **нет**.
- 4) Интегральный баланс энергии:

$$\left[\frac{\partial E}{\partial M_t} + \frac{GM_t}{r_s} \right] \frac{dM_t}{dt} + \frac{\partial E}{\partial L} \frac{dL}{dt} = -L.$$

- 5) $r = 5 \text{ a.e.}$, $\dot{M}_t = 1 M_J / 9 \times 10^4 \text{ лет}$.

'In situ' formation: Mordasini et. al (2012)

Факторы, влияющие на скорость образования гиганта:

- Непрозрачность (чем ниже, тем быстрее происходит набор массы).
- Конвекция (ускоряет отвод тепла).
- Химсостав (молекулярный вес μ).
- Темп аккреции ($\dot{M}_{pl}$ & $\dot{M}_t$).
- **Миграция.**

*Вопросы эволюции сформировавшегося газового гиганта...

Гравитационная неустойчивость протопланетного диска

Работает в массивных дисках.

Скорее всего является причиной существования самых массивных газовых гигантов в неск. масс Юпитера на перифериях планетных систем.

Ледяные гиганты - планеты, которым 'не хватило времени'.

Осыпная аккреция (pebble accretion).

Raymond et. al (2006)

- 1) Задача N-тел в диске из 2000 планетных эмбрионов.
- 2) Учет перераспределения воды.
- 3) $\Sigma_p \propto r^{-3/2}$, $\Sigma_p(1 \text{ a.e.}) = 10 \text{ г/см}^2$,
- 4) Юпитер присутствует в поздние 100 млн. лет на $r = 5.5 \text{ a.e.}$