

Оценки взаимодействия планеты с диском в интуитивном приближении.

Диск - мн-во взаимодействующих частей (взаимодействие только тогда, когда восстанавливать невозмущенные составляющие через касательные составляющие прохода планеты).

~~Вспомогательная~~

Вспомогательная оценка планеты.

Планетное столкновение (считаем, что трекотное - чужие):

$$P_{\perp} = \frac{GM_p}{r^2} \cos \theta = \frac{GM_p}{b^2} \left[1 + \left(\frac{\Delta v_{\perp}}{b} \right)^2 \right]^{-3/2}$$

$$|\Delta v_{\perp}| = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\perp} dt = \frac{2GM_p}{b \Delta v} \quad (*)$$

различные скорости и скорости, но:

$$\Delta v^2 = |\Delta v_{\perp}|^2 + |\Delta v_{\parallel}|^2$$

$$\Delta v^2 = |\Delta v_{\perp}|^2 + 2\Delta v \Delta v_{\parallel} + \Delta v^2 + \Delta v_{\parallel}^2$$

$$\text{при } |\Delta v_{\parallel}| \ll |\Delta v|: \Delta v_{\parallel} = -\frac{1}{2\Delta v} \left(\frac{2GM_p}{b \Delta v} \right)^2$$

$$\Delta j = \Delta v_{\parallel} \cdot R = -\frac{2G^2 M_p^2 R}{b^2 \Delta v^3}$$

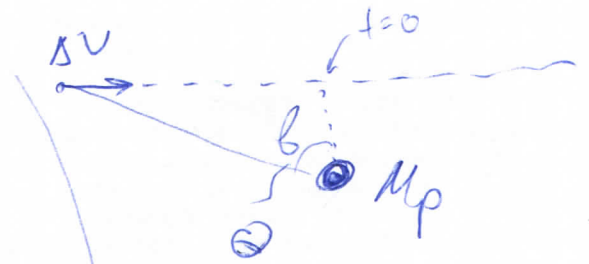
за 1 событие

Масса в кольце радиуса $R+b$ и ширины $2b$: $M = 2\pi \Sigma b$.

Время облета всего протопланетного диска: $\Delta t = \frac{2\pi}{\Omega(R+b) - \Omega_p}$,

$$\Omega - \Omega_p = \Omega' b = \frac{3}{2} \Omega_p \frac{b}{R^2}, \text{ при } b \ll R.$$

$$\Delta v = \Omega' b = \frac{3}{2} \Omega_p b.$$



two-body interaction, неслучайно не то, что не $b \gg R$ это не работает! очень, учитывая, что, значит, так же результаты, см. комментарии в обзор Валамову-2006 пар 4.1.1.

$$\int \frac{dJ}{dt} dt \approx \frac{dJ}{dt} / \left[\text{тем изменение момента импульса на один} \right] =$$

$$= - \left[\frac{2 G^2 M_p^2 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot \frac{3}{2} \Omega_p b}{b^2 3^3 \Omega_p^3 b^3 \cdot 2\pi \cdot 2} \cdot 2\pi \cdot 2 \Sigma db = \right.$$

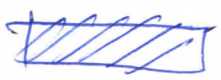
$$\left. = - \frac{8}{9} \int_{b_{min}}^{\infty} \frac{G^2 M_p^2 2 \Sigma}{\Omega_p^2} \frac{db}{b^4} = - \frac{8}{27} \frac{G^2 M_p^2 2 \Sigma}{\Omega_p^2 b_{min}^3} \quad (*)$$

$\begin{cases} b_{min} > 0, \Gamma < 0 \\ b_{min} < 0, \Gamma > 0 \end{cases}$
 $\left. \begin{matrix} \uparrow \\ \text{с заменой } b_{min} \rightarrow \pi \end{matrix} \right\} \Gamma_0 \gamma$
 Word-1987

$$J = M_p \Omega_p 2^2$$

$$\tau_{mis}^2 \left(\Omega_p \frac{dJ}{dt} \right)^{-1} = \frac{27}{8} \frac{\Omega_p^4 b_{min}^3}{G^2 M_p \Sigma} \quad (*)$$

Но! В рамках итерационного упрощения нельзя оценить разницу $\pm$ вкладов внутр и внешней частей грав суммарно.



τ_{mis} где $M_p = 10 M_\oplus$ и $2 = 5 \text{ a.e.}$ ($b_{min} \approx h = 0.05 \text{ r}$)

~~$\tau_{mis} = \frac{27}{8} \frac{\Omega_p^4 b_{min}^3}{G^2 M_p \Sigma}$~~ переименуем (*) по-прежнему, учитывая $b_{min} \approx h, \Sigma \approx \frac{h}{2}$.

$$\tau_{mis} = \frac{27}{8} \frac{\Omega_p^4}{G M_p} \frac{2^3}{2^3} \frac{h^3 \pi}{G \Sigma \pi} = \frac{27}{8} \frac{M_\oplus}{M_p} \Omega_p^2 \delta^2 \pi \frac{h^3 \pi}{G \Sigma \pi} = 1/h \Omega_p^2 \delta^2 \pi$$

$$= \frac{27 \pi}{8} \frac{M_\oplus}{M_p} \delta^2 Q \quad (*)$$

где $\Omega_p \approx 20 M_\oplus$
 10^{23} s^{-1}

из ф-лы (*) и сор 20) сразу же 2 этих параметров: где $\Sigma = 100$; $\Sigma = 4 \cdot 10^3$ в чотвертое $\rightarrow Q = 60$

$$\tau_{mis} = \frac{27}{8} \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot 10^{33}}{10^{28}} \cdot (5 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 60 = 3000 \cdot 10^1 = 3 \cdot 10^4 \text{ лет}$$

$\tau_{mis} = 3 \cdot 10^5 \text{ лет}$

Масса, при которой темп коллапса 120 Type
начинает превышать темп коллапса 220 Type.

Σ_{vis} со стр 92: (*) снизу:

$$\frac{27\sqrt{3}}{8} \frac{M_*}{M_p} \delta^2 Q = \alpha^{-1} \delta^{-2} \left/ \begin{array}{l} \text{см. меток (14)} \\ f_0 \sim \frac{2^2}{5} = \frac{2^3}{25} \dots \end{array} \right/$$

$\frac{M_*}{M_p} \equiv q^{-1}$ отношение масс возмущающего галактического ядра и центральной звезды.

$$q_c = \frac{27\sqrt{3}}{8} \alpha \delta^4 Q \quad (*)$$

Оценки на 225 стр.:

$\Sigma \approx 100 \text{ г/см}^2$ галактики ($\sim 2^{-3/2}$) $\rightarrow$ см. метки (90) $\rightarrow$
 $\rightarrow$ этому соответствует $Q = 60$; $\alpha = 10^{-2}$; $\delta = 5 \cdot 10^{-2}$.

$$q_c = \frac{27 \cdot 3}{8} \cdot 10^{-2} \cdot 5^4 \cdot 10^{-8} \cdot 60 = 3.8 \cdot 10^4 \cdot 10^{-9} \approx 4 \cdot 10^{-5} \approx 10^{-15} M_\odot \quad (*)$$

Если $q > q_c$ коллапс 120 Type происходит быстрее
коллапса 220 Type.

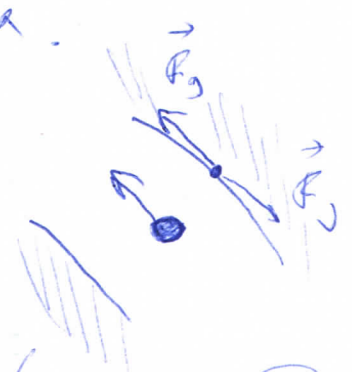


Масса, при которой отщипывается чеш.

Задача I.

Равенство вращающего и гравитационного моментов сил.

~~Вращающий момент равен $\vec{r} \times \vec{F}_g$~~



a) $r_{min} = h$.

$$\frac{dJ_g}{dt} = \frac{8}{27} \frac{G^2 M_p^2 \Sigma}{\Omega_p^2 h^3} = \dot{J}_0 = 300 \Sigma \Omega_p^2 \quad (\text{см. мксек } \odot)$$

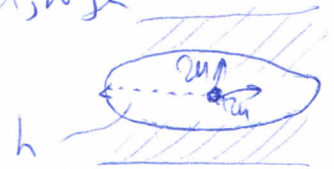
$$J = 2 G_s h = 2 \Omega_p h^2$$

$$\frac{G^2 M_p^2}{G^2 M_x^2} = \frac{30 \cdot 27}{8} 2 \Omega_p^4 h^5 \frac{2}{2^6} \frac{2^6}{G^2 M_x^2} = \frac{81\pi}{8} 2 \delta^5 \approx 10\pi 2 \delta^5$$

$$q_{+2}^I = (10\pi)^{\frac{1}{2}} 2^{\frac{1}{2}} \delta^{5/2}$$

(*) работает при $r_u < h$!
т.е. где сила гравитации
наоборот выталкивает

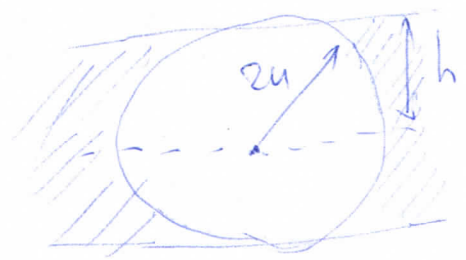
б) q_u , при котором $r_u = h$?



Уже считали, когда $r_B = r_u$, см. источник 64. Эти оценки
соответствуют равенству плотностей, как задано.

$$h = \left(\frac{M_p}{3 M_x} \right)^{1/3} 2 \rightarrow q_{+2}^{II} = 3\delta^3 \quad (*)$$

т.е. $\dot{J}_g$ исчезает, просто потому что не
 $r_u = h$ нет выталкивания.



$$q_{+2}^I < q_{+2}^{II} : (10\pi)^{\frac{1}{2}} 2^{\frac{1}{2}} < 3\delta^{\frac{1}{2}} \rightarrow 2 \lesssim \delta^{\frac{1}{10}} \quad (*)$$

Оценки ~~по 2-3 а.е.~~ где $L \approx 10^{-2}$; $\delta \approx 0.05$

(25)

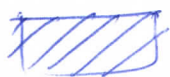
$$q_{+2}^{\Pi} = 3.5^3 \cdot 10^{-6} \approx 4 \cdot 10^{-4} \approx 0.4 M_J$$

$$q_{+2}^I = (10.3)^{\frac{1}{2}} 10^{-1} 5^{\frac{5}{2}} 10^{-5} = 300 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-4} \approx 0.3 M_J$$

т.е. при $L > 10^{-2}$ переход ко 2-му типу миграции происходит в этом случае за счет $h < 2n$.

при $L < 10^{-2}$ — за счет возмущающего гравитационного воздействия (хотя за $2 > 2n$ это все равно имеет малое влияние и равнотипизация $\rightarrow$ она все равно действует).

Выработаем также совместные критерии, учитывающие и тот и тот фактор $\rightarrow$ см. формулу 42 из обзора Клеу-2012.



Итак $q_{+2} \approx 100 M_{\oplus}$, а $q_c \approx 10 M_{\oplus} \rightarrow$ в этом диапазоне $t_{mis} < 10^5$ лет, и где q_{+2} t_{mis} (5 а.е.) $< 10^5$ лет (сравните $t_{mis} = 3 \cdot 10^5$ лет на ор 72 Вики)!

1) Очень мало — решение проблем в учете небаротропности грав.

2) При $L \geq 10^{-2}$ время миграции 2-го типа тоже мало $t_{mis} \approx \frac{1}{\delta^2} = \frac{1}{\delta^2 + 8^{-2}}$ (х) где $L \sim 10^{-2}$; $\delta = 0.05 \rightarrow t_{mis} = 10^2 \cdot 20^2 \cdot 10 = 4 \cdot 10^5$ лет на 5 а.е. $\rightarrow$ но, получается, пока $M_p < M_d$ ($2 < 2_p$)!

Расстояние, в пределах которого масса вытесняет (96)
 части гравитации $< M_p$.

$$\Sigma = 10^3 \left(\frac{r}{1 \text{ a.p.}} \right)^{-3/2} \text{ г/см}^2 = \Sigma_0 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\gamma}$$

$$\int_0^{r_p} 2\pi r \Sigma dr = 2\pi \Sigma_0^2 \int_0^{r_p/r_0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{1-\gamma} \frac{dr}{r_0} = \frac{2\pi \Sigma_0^2}{2-\gamma} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{2-\gamma} \Big|_0^{r_p/r_0}$$

$$= \frac{2\pi \Sigma_0^2}{2-\gamma} \left(\frac{r_p}{r_0} \right)^{2-\gamma} < M_p.$$

$$\frac{r_p}{r_0} < \left(\frac{2-\gamma}{2\pi \Sigma_0^2} M_p \right)^{1/(2-\gamma)} \quad (*)$$

$$\gamma = 3/2; \Sigma_0 = 10^3 \text{ г/см}^2; \quad r_p < \left(\frac{1}{4.3 \cdot 10^3} \right)^2 M_p^2 = \frac{10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{66}}{4.3 \cdot 10^6 \cdot 1.5 \cdot 10^{52}}$$

$$M_p = 10^{-3} M_\odot = M_J$$

$$\approx \cancel{0.5} \cancel{10} \cancel{0.05} \cdot 10 = 0.5 \text{ a.p.}$$

Наименьшее с этого расстояния время миграции будет
 равно $\sim \frac{M_p}{M_d (2 < r_p)}$ от t_0 .

~~////~~

Для менее массивных гравитов, $\gamma < 3/2$, $r_p < \text{век. а. е.}$

+ они топят уже после 1-2 Myr!

Значит, наиболее разобраные с миграцией по типу гравитов
 газовые $10 M_\odot < M < 100 M_\odot$.

~~////~~

Почему тормозный момент стал больше углового
в мигри по тто?

Расхождение анубазовских резонансов относительно
положения планеты, Ω_p :

$$m(\Omega - \Omega_p) = \pm 2\tilde{z} \pm \Omega_p$$

$$\Omega = \Omega_p (\frac{2}{\tilde{z}})^{-3/2}$$

$$\Omega = \Omega_p \pm \frac{\Omega_p}{m}$$

$$\Omega_p (\frac{2}{\tilde{z}})^{-3/2} = \Omega_p (1 \pm \frac{1}{m})$$

$\tilde{z} = (1 \pm \frac{1}{m})^{2/3} \Omega_p$

 (*) положение CR.

Считая, что $m \gg 1$, разлагая по чл-ным по $\frac{1}{m}$ членам:

$$\begin{aligned} (1 \pm x)^{\alpha-1} &= 1 \pm \alpha(1 \pm x)^{\alpha-1} \Big|_{x=0} x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} (1 \pm x)^{\alpha-2} \Big|_{x=0} x^2 = \\ &= 1 \pm \alpha x - \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2 \end{aligned}$$

т.е. $\frac{\Omega}{\Omega_p} \approx 1 \pm \frac{2}{3} \frac{1}{m} - \frac{2}{9} \frac{1}{m^2}$ (*)

↓
все резонансы сдвинуты в сторону
звезд!

