Protoplanetary disc

1) $\Sigma_{gas} \sim e^{-t/\tau}$ (2 да, Lдн) – простой подход

2) Взять Shakura, Sunyaev и считать стр-ру вязкой эволюции. (Alibert et al)

IL: $\Sigma = \Sigma_{10} f_g \left(\frac{r}{10\,a.e.}\right)^{-q}$, $\Sigma_0 = 75\ g/cm^2$ (в 1.4 больше, чем в MMSN)

$\Sigma = 0$ at 0.04 а.е.

$q = +1$ (IL) (а MMSN $q = 1,5$) на рез-ты влияет мало

Тепловой баланс.

IL: $T = 280 K \left(\frac{r}{1ae}\right)^{-1/2} \left(\frac{L_*}{L_\odot}\right)^{1/4}$

Ice line $T = 170K \Rightarrow a_{ice} = 2,7 \left(\frac{L_*}{L_\odot}\right)^{1/2}$ а.е.

IL: $f_g = f_{g,0} \cdot e^{-t/\tau_{dep}}$ $\tau_{dep} \in [10^6; 10^7 yrs]$

Радиус r_m, где резко (эксп.) уменьш. Σ.

AMB: диск рассчитывается.

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = -\Omega^2 z \qquad \Omega^2 = \frac{GM_*}{r^3}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{9}{4}\rho\nu\Omega^2$$

F – поток изл. Вся энерг. дисс. из-за вязкости уносится излуч.

$$F = -\frac{16\pi\sigma T^3}{3\kappa\rho}\frac{\partial T}{\partial z}$$

κ – opacity

$\cancel{\nu = \alpha c_s \Omega^2}$ $\nu = \alpha c_s/\Omega$

гран. усл. 2)

$$P_s = \frac{\Omega^2 H \tau_{ab}}{K_s}$$

$s \to z = H$ (surface)

τ_{ab} – толщина от $z=H$ до ∞

T_b – background temp.

$$F_s = \frac{3}{8\pi}\dot M_* \Omega^2$$

$$2\sigma\left(T_s^4 - T_b^4\right) - \frac{\alpha k T_s \Omega}{8\mu m_H K_s} - \frac{3}{8\pi}\dot M_* \Omega^2 = 0$$

$$P(z=0) = 0$$

$$\dot M_* \equiv 3\pi\tilde\nu\Sigma \qquad \Sigma = \int_{-H}^{H}\rho\, dz \qquad \tilde\nu = \int_{-H}^{H}\nu\rho\, dz \,/$$

Эфф. прогр. вязкой: $T_s^4 = T_{s,noirr}^4 + T_{s,irr}^4$

вязк. нагрев

$$T_{s,irr} = T_*\left[\frac{2}{3\pi}\left(\frac{R_*}{r}\right)^3 + \frac{1}{2}\left(\frac{R_*}{r}\right)^2\left(\frac{H_p}{r}\right)\left(\frac{d\ln H_p}{d\ln r} - 1\right)\right]^{1/4}$$

H_p – pressure scale ! $\rho(z=H_p) = e^{-1/2}\rho(z=0)$

Рад. обл. диска

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^{1/2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\tilde\nu\Sigma r^{1/2}\right)\right] + \dot\Sigma_w(r) + \dot Q_{planet}$$

photo evaporation — аккр. газа планетой

$$\dot\Sigma_{w,int} = \begin{cases} 0, & r < \beta_{II} R_{g,II} \\ 2c_{s,II}\cdot n_0(r)\, m_H \end{cases}$$

$R_{g,II}$ – радиус гравитации для ионизов. водорода

$R_{g,II} \simeq 7$ а.е.

$n_0(r) \sim r^{-5/2}$

$$\dot\Sigma_{w,ext} = \begin{cases} 0, & r < \beta_I R_{g,I} \\ \dfrac{\dot M_{wind,ext}}{\pi\left(R_{max}^2 - \beta_I^2 R_{g,I}^2\right)} & r > \beta_I R_{g,I} \end{cases}$$

Rem:

радиус Хилла

$$R_H = a\left(\frac{M}{3M_*}\right)^{1/3}$$

Смотри для $\dot Q_{planet}$

Disc of planetesimals

Two types: rocky and icy.

ice line: 170K (IL) 160K (AMB)

Далее ρ icy есть 25% rocky.

IL: $\Sigma_s = \Sigma_{s,10}\, \eta_{ice}\, f_d \,(r/10\,a.e.)^{-q_s}$ s - solids

$\Sigma_{s,10} = 0,32\, g/cm^2$ (1,4 от знач. MMSN)

$\eta_{ice} = \begin{cases} 1, & r < a_{ice} \\ 4,2, & r > a_{ice} \end{cases}$ $q_s = 1.5$ (или 1)

$f_{d,0} = f_{g,0} \cdot 10^{[Fe/H]}$

AMB: $\Sigma_s(r, t=0) = f_{D/G}\, f_{R/I}(r)\, \Sigma(r, t=0)$

$f_{D/G} = f_{d,0}/f_{g,0}$ $f_{R/I}$ $\frac{rock}{ice}$

Динамика планетезималей опр-ся:

1. Силой торм. газа
2. грав. индивидуальными протопланетами
3. грав. взаимод. между планетезималями.

IL пренебрегают 3.

AMB детально решают ур-е для e и i.

$$\frac{de^2}{dt} = \left(\frac{de^2}{dt}\right)_{drag} + \left(\frac{de^2}{dt}\right)_{VS,M} + \left(\frac{de^2}{dt}\right)_{VS,m}$$

$$\frac{di^2}{dt} = \left(\frac{di^2}{dt}\right)_{drag} + \left(\frac{di^2}{dt}\right)_{VS,M} + \left(\frac{di^2}{dt}\right)_{VS,m}$$

↑ scat. due to protoplanets   ↑ scat. due to planetesimals

Accretion of solids

Seeds: $10^{-8} M_\oplus$ PL

$10^{-2} M_\oplus$ AMB

В начале растут за счёт поглощ. других планетезималей, а с определённого момента (массы) начинается акк. газа.

PL: опр-ся масштаб роста масса

$$\tau_{c,acc} = 3{,}5 \cdot 10^5 \text{ yrs} \cdot \eta_{ice}^{-1} f_d^{-1} \sqrt{g}^{-2,5} \left(\frac{a}{1.\text{ae}}\right)^{5/2} \left(\frac{M_c}{M_\oplus}\right)^{1/3} \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^{-1/6}$$

AMB: $$\frac{dM_{core}}{dt} = \left(\frac{2\pi \Sigma_s R_H^2}{P_{orb}}\right) P_{coll}$$

P_{coll} — вер-ть столкн.

При массе ядра $\sim 1 M_\oplus$ атмосф. начинает влиять на погл. планетезималей.

Стр-ра оболочки протопланеты и аккреция газа

PL: $M_{c,hydro}$ - крит. масса ядра, когда газ. атмосф. (оболочки) не может противостоять грав.

$$M_{c,hydro} = 10 M_\oplus \left(\frac{\dot{M}_c}{10^{-6} M_\oplus/\text{год}}\right)^{1/4}$$

Сжатие обол. опр-ся временем К-Н

$$\frac{dM_{planet}}{dt} = \frac{M_{planet}}{\tau_{KH}} \qquad \tau_{KH} = \tau_{KH1} \left(\frac{M_{planet}}{M_\oplus}\right)^{-k_2}$$

$\tau_{KH1} = 10^8 - 10^{10}$ yrs $\quad k_2 = (3-4)$

В AMB — другой подход

АМВ: Решают ур-е для оболочки

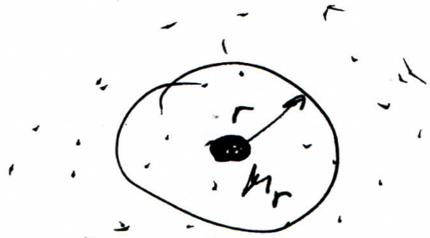
$$\frac{dr}{dM_r} = \frac{1}{4\pi \rho r^2}$$

$$\frac{dP}{dM_r} = -\frac{G M_r}{4\pi r^4}$$

$$\frac{dT}{dP} = \nabla_{ad} \text{ or } \nabla_{rad}$$

при конв. без конв

(по крит. Шварцшильда)



M_r включает массу ядра

Надо задать ур-е сост. и непрозрач.

Надо учесть энерг. баланс.

$$L = L_{cont} + L_{acc}$$

сжатие обол. — аккр. планетезималей

$$L_{cont} = -\frac{E_{tot}(t+dt) - E_{tot}(t) - E_{gas,acc}}{dt}$$

$$E_{gas,acc} = dt \cdot \dot{M}_{gas} \cdot u_{int}$$

specific internal energy

$$L_{acc} = G \frac{\dot{M}_{core} M_{core}}{R_{core}}$$

Надо задать R_M (полный радиус планеты), R_{core}, T_{surf}, P_{surf}

$$\rho(P) = \rho_0 + c P^n$$

...ка масса ядра мала ($< 10 M_\oplus$)
оболочка без скачка переходит во
внешнюю среду (attached phase)

$$R_M = GM \Big/ \left[\frac{c_s^2}{k_1} + \frac{GM}{k_2 R_H} \right] \qquad k_1 = 1, \quad k_2 = 1/4$$

$$P_{surf} = P_{disc}(a)$$

$$T_{surf} = \left(T_{disc}^4 + \frac{3\tau L}{16\pi\sigma R_M^2} \right)^{1/4}, \quad \tau = \kappa(T_{disc}, \rho_{disc}) \rho_{disc} R_M$$

Когда заверш. attached phase,
то темп акк. уже не зависит
от структуры планеты.

Радиальный поток в д. $F(r) = 3\pi\nu(r)\Sigma(r) + 6\pi r \frac{\partial(\nu\Sigma)}{\partial r}$

$$\dot{M}_{gas,max} = \max[F(a_p + R_H), 0] + \min[F(a_p - R_H), 0]$$

$$P_{surf} = P_{disc}(a_p) + \frac{\dot{M}_{gas}}{4\pi R_p^2} v_{ff} + \frac{2g}{3\kappa}$$

$$T_{surf}^4 = (1-A) T_{neb}^4 + T_{int}^4 \qquad A \text{ — альбедо}$$

$$v_{ff} = \sqrt{\frac{2GM}{R_p} - \frac{2GM}{R_H}} \qquad T_{int}^4 = \frac{3\tau L_{int}}{8\pi\sigma R_p^2}$$

$$\tau = \max[\kappa \cdot \rho_{disc} R_p, 2/3]$$

Наконец, диск рассеялся. Осталась планета.

$$P_{surf} = 2g/2\kappa \qquad T_{surf}^4 = (1-A) T_{eq}^4 + T_{int}^4$$

равнов. темп.
из-за облуч. звездой

After the gas disc has disappeared secular perturbations lead to increase of eccentricities. Thus, collisions become frequent

Migration

Type I. (AMB) Paardekooper et al. (2011), - new approach
Mordasini et al. (2011) } approx.
Kretke & Lin (2012)

(IL) Tanaka et al (2002) with reduction.

→ Type II $\quad M_{g,\,vis} = \frac{40 M_*}{Re}$ (IL) $\quad Re = \frac{a^2 \Omega}{\nu}$

$$M_{g,\,th} = 3\left(\frac{\beta H_{disc}}{r}\right)^3 M_*, \ \beta \simeq 1 \ (AMB)$$

Type II: (simple) M_{planet} vs. $M_{disc} \simeq \pi \Sigma r^2$

$$\frac{da}{dt} = -\frac{3\nu}{2a} \times \min\left\{1, \frac{M_{disc}(a)}{M_{planet}}\right\} = Rat_M$$

disc dominated — planet dominated

But in models: $Rat_M = \begin{cases} 2C_2\left(\frac{30\,au}{a}\right)^{1/2} \frac{M_{disc}(a)}{M_{planet}}, \ C_2 \simeq 0.1 \ (IL) \\ \frac{2\Sigma a^2}{M_{planet}} \ (AMB) \end{cases}$

Gap formation.

Lin & Papaloizou (1993) $\frac{3}{4}\frac{H_{disc}}{R_H} + \frac{50 M_*}{M_{planet} Re} < 1$

Gap reduces accretion onto a planet.
For $M_{planet} > 8 M_{g,th}$ - accretion stops (IL)
In AMB accretion is reduced, but doesn't stop

Initial conditions

1. Σ (and disc mass)

IL: Gauss. for $\lg f_{g,0}$ (gives $\Sigma_g(r=10\,au, t=0)$) $\langle\rangle = 0, \sigma = 1$

AMB: Gauss. for $\lg(M_{disc}/M_\odot)$ $\langle\rangle = -1.66$ $\sigma = 0.56$

2. Disc lifetime.

IL: Gauss for $\lg \tau_{dep}$ $\langle\rangle = 6.5$ $\sigma = 0.5$

AMB: dissipation (photoevap.) rates.

3. Solids.

IL: $f_{d,0} = f_{g,0} \cdot 10^{[Fe/H]}$

$f_{D,G} = \underbrace{f_{D/G,0}}_{1/240} \left(f_{d,0} / f_{g,0} \right)$

Gauss for [Fe/H] $\langle\rangle = 0$ $\sigma = 0.2$

AMB: $f_{D/G} = f_{D/G,0}\, 10^{[Fe/H]}$

Gauss for [Fe/H] $\langle\rangle = -0.02$ $\sigma = 0.22$

Disc profile: $\Sigma(r) = (2-\gamma) \dfrac{M_{disc}}{2\pi\, a_{core}^{2-\gamma}\, r_0^{\gamma}} \left(\dfrac{r}{r_0}\right)^{-\gamma} \cdot e^{-\left(\frac{r}{a_{core}}\right)^{2-\gamma}}$

$r_0 = 5.2$ au $\qquad \gamma \approx 1$

IL: $\Sigma \sim 1/r$

AMB: $\Sigma \sim r^{-1/5}$ (in early papers).

Seeds can be uniform in lg.

IL: depending on feeding zones

To compare results of calculations with observations it is necessary to know observational biases.

Gravitational instability. (1304.4978)

$$Q = \frac{c_s \kappa_e}{\pi G \Sigma} < (1.5 \div 1.7) \quad \text{Toomre criterion}$$

$\kappa_e = \Omega$ in Keplerian discs. $\langle \frac{\Delta \Sigma_{rms}}{\Sigma} \rangle \sim \sqrt{\alpha}$

$$R_h = a \left(\frac{M}{3 M_*} \right)^{1/3}$$

if $R > R_h$ → outer layers are not bounded

$$\Gamma_J \equiv \frac{M_J}{\dot{M}_J} \Omega .$$

For $Q < 1.5$ if $\Gamma_j < 0$ ⇒ spiral density perturbation is $> M_J$. ⇒ fragmentation

Γ_J sets the timescale of fragmentation