

28

Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Дроджешинская сила.

1) Почему так выражение для $\vec{P}_D$ в релятивистской физике?

Пусть $v \ll v_{th}$ и только лобовое столкновение.



Сила: количество передаваемого от молекулы импульса в единицу времени.

$$f_+ \sim 0.5^2 (v + v_{th}) \frac{P}{m_{th}} \rightarrow f_+ - f_- \sim 2 \pi^2 v \frac{P}{m_{th}}$$

$$f_- \sim 0.5^2 (v_{th} - v) \frac{P}{m_{th}}$$

1 столкновение: $|\Delta \vec{p}| \sim 2 m_{th} v_{th}$

$P_D \sim 4 \pi \rho 0.5^2 v_{th} v$ и у нас кака-то "cos^2" дает 1/3 ...

2) Дайте свободному пробегу в зреш.

$$\Sigma \sim 2^{-\delta}; T_c \sim 2^{-\beta};$$

$$\lambda \approx \frac{1}{n \sigma} = \frac{\mu_{th}}{\rho \sigma} \approx \frac{\mu_{th} h}{\Sigma \sigma} = \frac{\mu_{th} c_s}{\Sigma \rho \sigma} = \left(\frac{\mu_{th} \chi k T_c}{\Sigma \rho \sigma} \right)^{1/2} \sim 2^{\delta - \beta/2 + 3/2}$$

на 1. а. е. пусть $\delta = 0.05$, $\Sigma = 10^3 \text{ cm}^{-2}$, $\sigma \approx (10^{-8})^2$

$$\frac{2.4 \cdot 1.6 \cdot 10^{-24} \cdot 0.05 \cdot 1.5 \cdot 10^{13}}{10^3 \cdot 10^{-16}} = 30 \text{ cm}.$$

Размер
гусиной лапы
растет
только
как ~ 2 .

Итого:

$$\lambda \approx 30 \left(\frac{\Sigma (1 \text{ a. e.})}{10^3 \text{ cm}^{-2}} \right)^{-1} \left(\frac{\delta (1 \text{ a. e.})}{0.05} \right) \text{ cm} \quad (*)$$

$$\times \left(\frac{2}{1 \text{ a. e.}} \right)^{\delta + 3/2 - \beta/2}.$$

Пер. №

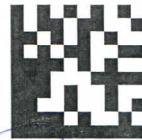
страница

из

если $\delta \sim 4-6$ раз, то $\lambda \sim 5-7 \text{ cm}$.

$$\delta + 3/2 - \beta/2 = 1 \Rightarrow \beta = 2 \Rightarrow \delta = 1/2 = 9/4 !$$

За сновом анимес
уже $\lambda \sim 1 \text{ m}$!



Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

(29)

Время торможения пылинки

$t_s \equiv \frac{F_D}{m \dot{v}}$ — за это время s раз падает скорость частицы при $F_D = \text{const}$, т.к. $m \dot{v} = F_D \rightarrow \frac{dv}{v} = \frac{F_D}{m v} dt$

Числовая оценка для решетки Анигадзе по формуле

$$t_s = \frac{\rho_m}{\rho} \frac{S}{v_{th}} \quad \text{где параметры решетки см. 1 а.р.}$$

$$\rho = 10^{-9} \frac{g}{cm^3}; \quad \rho_m = 3 \frac{g}{cm^3}, \quad v_{th} \sim c = 10^5 \frac{cm}{s}, \quad S = 10^{-9} cm$$

$$t_s = \frac{3}{10^{-9}} \frac{10^{-9}}{10^5} = 3 \text{ с.} \quad \text{микромакс пылинки!}$$

Разная зависимость в гравитации:

$$t_s \sim (\rho S)^{-1} \sim \left(\frac{\Sigma \Omega c_s}{c_s} \right)^{-1} = (\Sigma \Omega)^{-1} \sim 2 \delta + 3/2$$

что растет с ростом!

Кстати: $\tau_s \equiv t_s \Omega = \left(\frac{\rho}{8} \right)^{1/2} \frac{\rho_m S}{\rho} \frac{S}{h} \sim \frac{\rho_m S}{\Sigma}$

здесь проигнорирован $v_{th}(z)$.

если ρ растет, v_{th} растет, Σ растет — значит τ_s не отменяет ρ !!

t_s — время установления равновесия гистересной фазы с гистересной средой. Самое короткое время в гравитации $t_s \sim \Omega^{-1}$.

Т.е. $\tau_s \ll 1$ — это частицы вместе с газом. (даже уже не сравнить с самыми маленькими гравитационными, если надо с t_{th} или t_0)

если $\tau_s \gg 1$ — газ — поправка к свободному движению частицы.

Характерное время оседания пылинки

Уточнение — через highly damped harmonic oscillator $\Omega_K \ll \tau_s^{-1}$

$$F_D = m \Omega^2 z$$

$$\frac{F_D}{m v_{settle}} = \Omega^2 z$$

$$v_{settle} = -\epsilon_s \Omega z$$

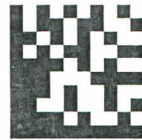
$$t_{settle} \equiv \frac{z}{|v_{settle}|} = (\tau_s \Omega)^{-1}$$

$$\tau_{settle} = \tau_s^{-1} \quad (*)$$

на седьмом часу

страница из

Опыт не — сверху — фактор отклонения плотности в гравитации.



30

Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточки и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Характерное время роста пшеницы

! Шак, см. о. (29), $|N_{settle}| \sim S$ на осях и то же
на высоте/радиусе. Значит, будет дифференциальное
оседание.

Уравнение координат в простейшем случае, когда есть
"целевые" пшеницы, и все все находят все пшеницы, встретившиеся
уже на пути. При этом, они все меньше, и их количество и
отдаленность уменьшается ("уменьшение Савронова", см. по
§ 8. Там же использовано Новиков - 1986).

$$\frac{dm}{dt} = \pi s^2 f \rho |N_{settle}| = 1 \text{ см стр 23} \Rightarrow \pi s^3 \rho_m f \Omega^2 z^{-1} v_{th}^{-1} =$$

$$= \frac{3}{4} \left(\frac{\pi}{8}\right)^{\frac{1}{2}} m f \Omega \frac{z}{h} \quad \text{здесь предположим } v_{th}(z) =$$

характерное время роста пшеницы $t_m = \left(\frac{\dot{m}}{m}\right)^{-1} \approx \left(f \Omega \frac{z}{h}\right)^{-1} (*)$

+ Закон формирования путей агро: см. стр 23!

$$\frac{dz}{dt} = -\tau_s \Omega z \quad (*)$$

характерное время оседания $t_{settle} = (\tau_s \Omega)^{-1} (**)$

Отсюда: если $t_{settle} > t_m$, то рост пшеницы и оседание происходят
экспоненциально со временем. $\sim f^{-1}$ лет, где $f \approx \rho_p / \rho_s$, на $z = 1 \text{ а.з.}$
Это справедливо, пока $f \frac{z}{h} > \tau_s$. То. до $s \sim 1 \text{ см!}$

$$\frac{\dot{m}}{m} = \frac{\dot{q}(s^3)}{s^3} = \frac{3\dot{s}}{s}$$

Пер. №



t_m

в 3 раза больше, если мерить по размеру

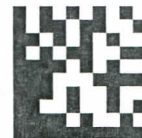
пшеницы.

Страница

из

см. рис. с точкой расчета

Виллит-рис-4.1.



Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Решение роста гиперэкспоненциальной фазы.

Пусть есть две частицы массами $m_1 > m_2$.

$$1) \frac{d}{dt} \left(\frac{m_1}{m_2} \right) = \frac{\dot{m}_1}{m_2} - \frac{m_1}{m_2} \frac{\dot{m}_2}{m_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{\dot{m}_1}{m_1} - \frac{\dot{m}_2}{m_2} \right) > 0, \text{ если}$$

$\frac{\dot{m}}{m} \sim m^\lambda$, где $\lambda > 0$, т.е. есть растущая функция массы.

Это — взрывной рост (explosive growth): частица с большей массой растет быстрее другой частицы.

$$2) \frac{\dot{m}}{m} \sim m^{-\lambda}, \text{ где } \lambda > 0.$$

Это — упорядочивающий (в частном случае — олигархический) рост: (orderly) (oligarchic)

частицы с меньшей массой догоняют самую массивную частицу.

$$3) \frac{\dot{m}}{m} = \text{const} (\lambda = 0).$$

Это — нейтральный рост (neutral growth):

все массы растут в одинаковой темпе, и первоначальное отношение масс двух частиц сохраняется.

«Гипотеза Сэрроу» где растущий потенциал дает 3й вариант, см. стр. (30).

1) U_2 р-м (*) на стр (27):

$$\eta = 1.3 \cdot 10^{-3} \frac{(\gamma + \beta \frac{1}{2} + \beta \frac{1}{2})}{\gamma} \left(\frac{\delta \text{ (a.e.)}}{0.05} \right)^2 \left(\frac{2}{1 \text{ a.e.}} \right)^{1-\beta} (*)$$

* Заметим, что $\eta(z)$ и возрастает еще на велич фактор $\sim \beta \delta^2$ при $z \sim h$, см. формулу (II) со стр (18). Можно считать как задачу сс).

~~Или~~

Будем считать, что $z=0$. Уравнение движения:

в цилиндрической системе коорд., $U_2 \equiv \dot{z}$; $U_\varphi \equiv \dot{\varphi}$.

$$\begin{cases} \dot{U}_2 - \frac{U_\varphi^2}{2} = -\Omega_K^2 z - \frac{U_2 - U_{2,g}}{t_s} \\ \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (2U_\varphi) = -\frac{U_\varphi - U_{\varphi,g}}{t_s} \end{cases}$$

свободно-колебательные компоненты ускорения, см. стр (1)

~~Или~~

ищем решение, когда $U_\varphi \gg U_2$ и $U_\varphi \approx U_{\varphi,g}$.

$$\frac{d}{dt} (2U_\varphi) \approx \frac{d}{dt} (2U_K) \approx \frac{d}{dt} ((GMz)^{1/2}) = \frac{1}{2} U_K U_2.$$

$$U_\varphi - U_{\varphi,g} \approx -\frac{1}{22} t_s U_2 U_K.$$

~~Или~~

Далее $\dot{U}_2 < \Omega_K U_2 \ll \Omega_K^2 z$ со всеми случаями - почти нулевым.

$$\begin{aligned} \frac{U_\varphi^2}{2} - \Omega_K^2 z &\approx \frac{U_\varphi^2}{2} - \frac{U_K^2}{2} = \frac{U_\varphi^2 - (U_{\varphi,g} + \gamma U_K)^2}{2} = \frac{U_\varphi^2 - U_{\varphi,g}^2}{2} - \frac{2\gamma U_K^2}{2} \approx \\ &\approx \frac{2U_K (U_\varphi - U_{\varphi,g})}{2} - \frac{2\gamma U_K^2}{2} = \frac{U_2 - U_{2,g}}{t_s}; \end{aligned}$$

Далее считаем $U_{2,g} = 0$:

$$\frac{U_K^2}{2} U_2 t_s + \frac{2\gamma U_K^2}{2} + \frac{U_2}{t_s} = 0 \Rightarrow \frac{U_2}{U_K} = -\frac{2\gamma}{\frac{U_K t_s}{2} + \frac{2}{U_K} t_s^{-1}}$$

$$\bar{z}_s \equiv \Omega t_s \Rightarrow \boxed{\frac{U_2}{U_K} = -\frac{2\gamma}{\bar{z}_s + \bar{z}_s^{-1}}} (*) \quad (U_2^{\max} = \gamma U_K)$$

Рост плазмы при радиальном дрейфе.

(33)

1) Аналогично ср (30): но $N_2 = -2\gamma N_k \tau_s$ ~~и~~ пусть $\tau_s \ll 1$.

$$\frac{dn}{dt} = \pi s^2 f_p |N_2| = \pi s^2 f_p \cdot 2\gamma N_k \left(\frac{\delta}{8}\right)^{1/2} \frac{\rho_m}{\rho} \frac{s}{h} = 1/38 \text{ сд} \text{ затем } \tau_s = 1/52 \text{ сд} \text{ откуда } \text{дрейф } \delta \approx 0$$

$$= 2 \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{\delta}{8}\right)^{1/2} m f_p \frac{\Omega^2}{h} \approx m f_p \frac{2}{h} \Omega.$$

$$\tau_m \approx t_m \Omega = (\gamma f)^{-1} \frac{h}{2} = (\gamma f)^{-1} \delta \quad (*)$$

$$t_{drift} = \frac{2}{|N_2|} = \frac{2}{2\gamma N_k \tau_s} = \frac{2}{2\gamma 2\Omega \tau_s} \left(\frac{\delta}{8}\right)^{1/2} \frac{\rho}{\rho_m} \frac{h}{s}$$

$$\tau_{drift} \approx t_{drift} \Omega = (2\gamma \tau_s)^{-1} \quad (*)$$

$\tau_m \ll \tau_{drift}$ когда?

$$(\gamma f)^{-1} \delta < (2\gamma \tau_s)^{-1}$$

$\tau_s < \frac{1}{2} f \delta^{-1}$ — величина порядка или больше единицы!

т.е. при $\tau_s \ll 1$ рост успекает происходить при дрейфе вплоть до $\tau_s \sim 1$.

Если $\tau_s = 1$: $N_2 = \gamma N_k$. Можно не выводить, т.к. это просто верхняя граница для τ_s .

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \pi s^2 f_p \gamma N_k = m \frac{3\pi s^2}{4\pi s^3} \frac{\rho}{\rho_m} f_p \gamma N_k = \frac{3}{4} m f_p \frac{\rho}{\rho_m} \frac{2\Omega}{s} = \\ &= \frac{3}{4} m f_p \delta^{-1} \frac{\rho}{\rho_m} \frac{h}{s} \Omega = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{\delta}{8}\right)^{1/2} m f_p \delta^{-1} \tau_s^{-1} \Omega. \end{aligned}$$

$$\tau_m \approx \tau_s \delta (f\gamma)^{-1} \quad (*)$$

$$\tau_{drift} = \frac{\Omega^2}{\gamma N_k} = \gamma^{-1} \quad (*)$$

$\tau_m \sim \tau_{drift}$, т.е. $\delta f^{-1} \sim 1$!

Значит, частота $\tau_s \sim 1$ НЕ генерирует "бонтанковское" "могем" "всплеска".

Вырасти γ еще больше — разрывающие collisions...

Оседание с турбулентностью.

(34)

Время диффузии плазмы от $z=0$ вверх:

$$t_+ \approx \frac{h_d^2}{D}, \text{ где } D - \text{коэфф. турбулентной диффузии} \\ \text{примерно } \approx N_+ l_+ \text{ как обычно,} \\ \text{т.е. } D \propto \alpha \xi h.$$

Время оседания с $z=h_d$ (не зависит от z):

$$t_{\text{settle}} = \Omega^{-1} \tau_s^{-1}.$$

~~Или~~

h_d определяется равенством времен:

$$t_+ = t_{\text{settle}}$$

$$\frac{h_d^2}{D} = \Omega^{-1} \tau_s^{-1}$$

$$\frac{h_d^2 \Omega}{\alpha \xi h} = \tau_s^{-1}$$

$$\left(\frac{h_d}{h}\right)^2 = \frac{\alpha}{\tau_s}$$

$$\boxed{\frac{h_d}{h} = \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_s}}.} \quad (*)$$

Рост вышенок исключительного за счет броуновского движения

(35)

1) Частота столкновений

$$l = \frac{1}{n\sigma}; \quad t_{coll} = \frac{l}{\Delta v} = \frac{1}{n\sigma \Delta v}$$

$$\sigma = \pi s^2; \quad n = \frac{f\rho}{m};$$

Все частицы - одинаковой массы m .

$$\Delta v: \frac{1}{2} m \Delta v^2 \sim \frac{3}{2} kT \rightarrow \Delta v \sim \left(\frac{3kT}{m} \right)^{1/2}$$

$$t_{coll} = \frac{m m'^2}{f \rho \pi s^2 (3kT)^{1/2}} = \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{3/2} \frac{1}{\pi^{3/2}} \cdot s^{5/2} \rho_m^{3/2} (kT)^{-1/2} (f\rho)^{-1}$$

$$t_{coll} \approx 5 \cdot s^{5/2} \rho_m^{3/2} (kT)^{-1/2} (f\rho)^{-1} \quad (*)$$

где $\rho = 10^{-5}$; $f = 10^{-2}$; $\rho_m = 3$; $T = 300$; $k = 1.3 \cdot 10^{-16}$;

$$t_{coll} = 5 \cdot (10^{-5})^{5/2} \cdot 3^{3/2} (1.3 \cdot 10^{-16})^{-1/2} (10^{-2} \cdot 10^{-5})^{-1} =$$

$$= 65 \cdot 10^{-10+8+2+5-1} = 65/1.4 \cdot 10^8 \approx 40 \cdot 10^8 \approx 100 \text{ лет.}$$

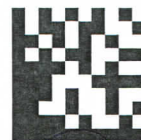
$$t_{coll} \sim 100 \left(\frac{s}{1 \mu m} \right)^{5/2} \text{ лет} \quad (*)$$

т.е. в кубура, где $\rho \approx 10^{-16}$ $t_{coll} \sim 10^9 \left(\frac{s}{1 \mu m} \right)^{5/2} \text{ лет}!$

~~т.е.~~

Оценки s , при которых $\Delta v_{Brown} \sim v_{settle}$, где $s \sim 1 \mu m!$

~~т.е.~~



Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

(36)

Рост пылинок за счет случайных
движений: броуновского и турбулентного.

±) Броуновское движение: $\Delta U \sim \left(\frac{3kT}{m}\right)^{1/2}$ см. источник (31).
См. источник (30):

$$\frac{dm}{dt} = \pi s^2 f_p \Delta U = \pi s^2 f_p \left(\frac{3kT}{m}\right)^{1/2} = \frac{1}{s} \left(\frac{m}{\rho_m \cdot \frac{3}{40}}\right)^{1/3} = \pi^{1/2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2/3} m^{2/3 - 1/2} f_p \rho_m^{-2/3} (3kT)^{1/2} = 3^{7/6} \cdot 2^{1/3} \pi^{1/2} f_p \rho_m^{-2/3} (kT)^{1/2} m^{1/6}$$

$$\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} = 2^{4/3} 3^{7/6} \pi^{1/2} f_p \rho_m^{-2/3} (kT)^{1/2} m^{-5/6} \quad \text{ускоряющийся рост!}$$

$t_m^{-1} = t_{coll}^{-1}$ не стр (31), но перенесем через "s".

Итого, $t_m \sim 100 \cdot \left(\frac{s}{1 \mu m}\right)^{5/6}$ лет ← где ласки: $\times \frac{1}{s}$ см стр (30).

~~или~~

II) Турбулентное движение. Считаю, что поле суммарно с шумом, т.е. τ_s достаточно мало, меньше чем t вариации турб. скорости. (это будет зависеть от λ турб флуктуаций - см. Косси стр 412).

Закон Браунте: $N_+ = \rho_+ 2\Omega'$

Аналог - проверка: $W_{\text{тур}} = \alpha \rho = \alpha \rho s^2 = (\alpha s^2 \Omega' \rho_+) = \rho_+ 2\Omega' =$
 $= v_+ \rho_+ 2\Omega' = \rho v_+^2 \Rightarrow \alpha = \frac{v_+^2}{s^2} \Rightarrow \boxed{v_+ \sim s \sqrt{\alpha}}$

$$\frac{dm}{dt} = \pi s^2 f_p s \alpha^{1/2} = \pi^{1/2} \left(\frac{3}{4}\right)^{2/3} \rho_m^{-2/3} f_p s \alpha^{1/2} m^{2/3}$$

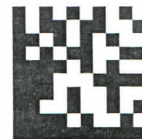
$$t_m = \left(\frac{1}{m} \frac{dm}{dt}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3} \pi^{1/2} \rho_m^{-1} f_p^{-1} s^{-1} \alpha^{-1/2} m^{+1/3} \quad \text{ускоряющийся рост!}$$

Пер. №

страница

из

через размер частиц → стр (32)



(92)

Пожалуйста, пользуйтесь темно-синей или черной ручкой, не пишите за пределами клеточек и на оборотах листов, не мните листы и не складывайте их пополам.

Рост пылинки за счет турбулентности -
- упрощенно.

$$t_m = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \sigma^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{4\sigma}{3}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{5}{c_s} \frac{\rho_m}{f\rho} L^{-\frac{1}{2}} = \frac{4}{3} L^{-\frac{1}{2}} \frac{\rho_m S}{f\Sigma\Omega} \approx L^{-\frac{1}{2}} \frac{\Sigma}{fR} \quad (*)$$

т.е. более точный вариант $t_m = \frac{4}{3} L^{-\frac{1}{2}} \frac{\rho_m S}{f\rho c_s}$.

оценим безразмерное время роста:

$$\tau_m \approx L^{-\frac{1}{2}} f^{-1} c_s \quad (*)$$

где $S \approx 1 \mu\text{m}$, $c_s \approx 35 \text{ м/с}$ - скорость звука - $\tau_m \approx ?$ 3000 с = 1 ч!!!

Из равенства τ_m отсюда и из оседание пылинок:
(? - h берем) $L^{-\frac{1}{2}} c_s \sim 1$

т.е. при $c_s < L^{\frac{1}{2}}$ пылинки растут за счет турбулентности!

$L = 0.001 - 0.01$ предположим $\Rightarrow c_s < 0.03 - 0.1$

каков это размер пылинки не разумно? ..
на сантиметр.

! Вне малых размеров (*) означает очень малое время!

т.е. турбулентность не совсем даже вызывает очень быстрый
рост до (каких?) определенных размеров, когда пылинки
расцепляются с турбулентным газом. Означает, что вызывает

оседание слое пыли.

Пер. №

страница

из

времени

использовано

4

Вопрос по идее: как оценить c_s расцепление с газом
турбулентностью? Работа Аиззи? ..