

# Post-main sequence evolution and planets

---

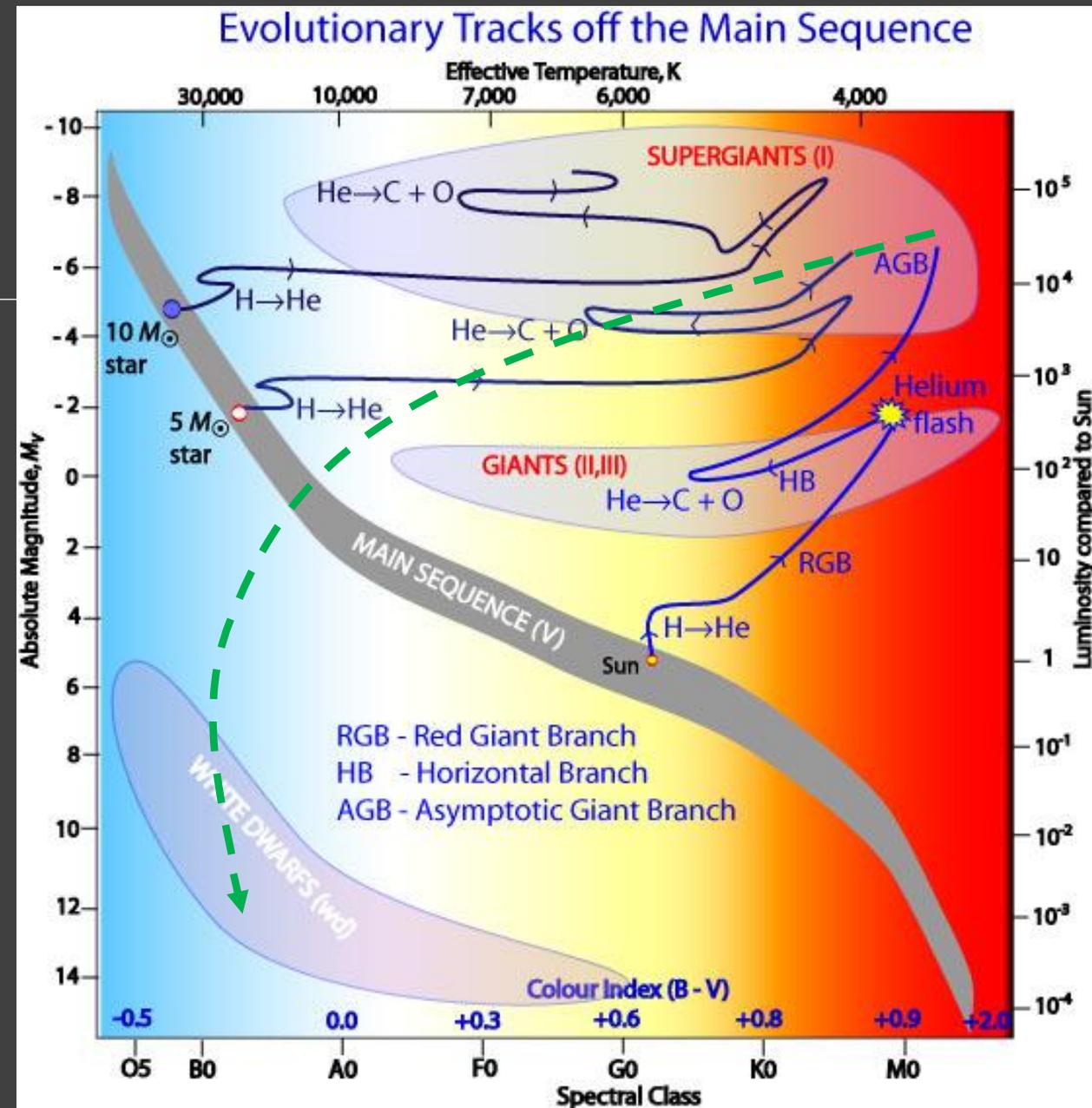
SERGEI POPOV

# Post-MS evolution

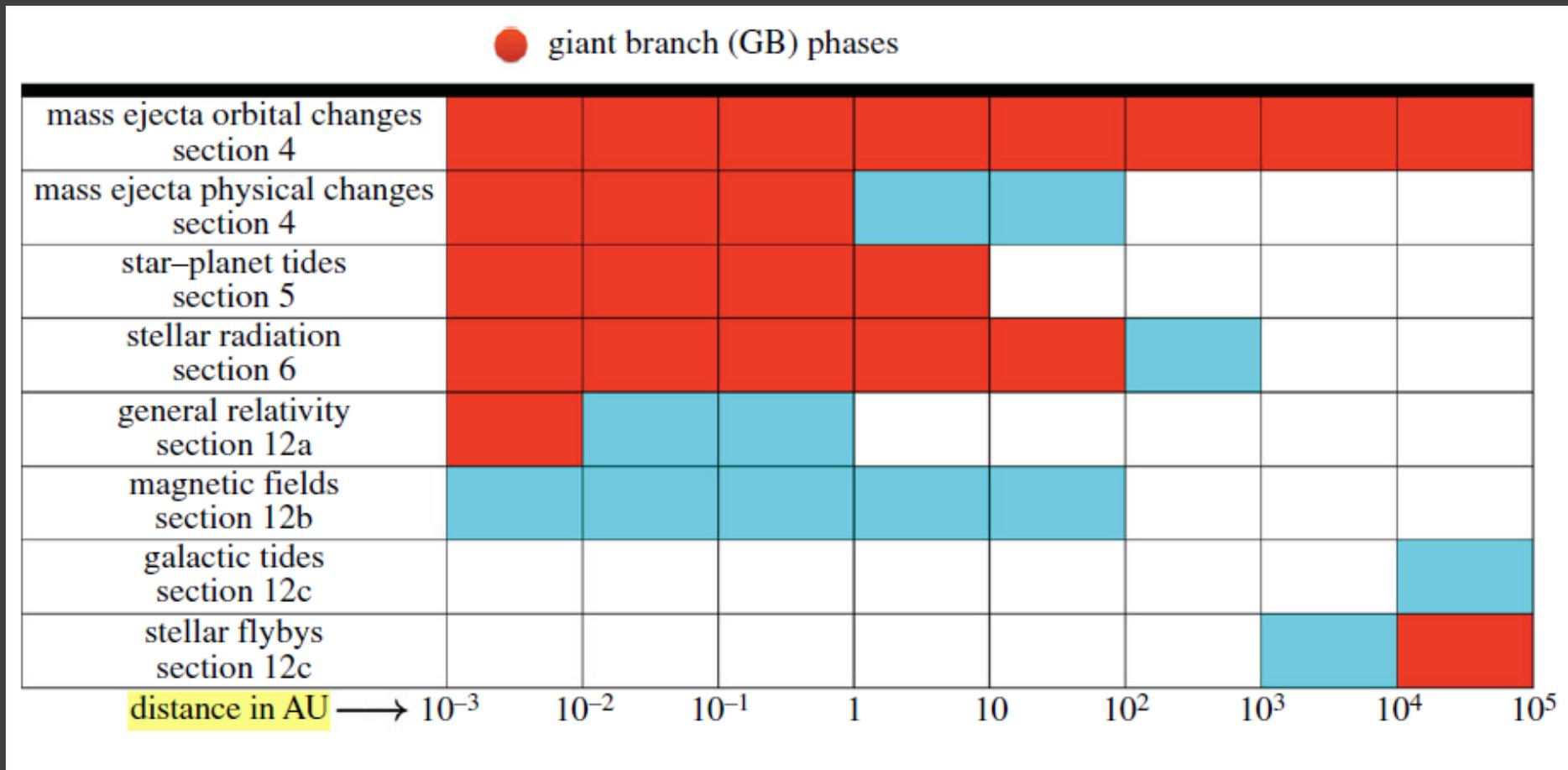
Stellar evolution influences the planetary system.

Expansion of the star, mass loss, tides –  
all modifies planetary orbits.

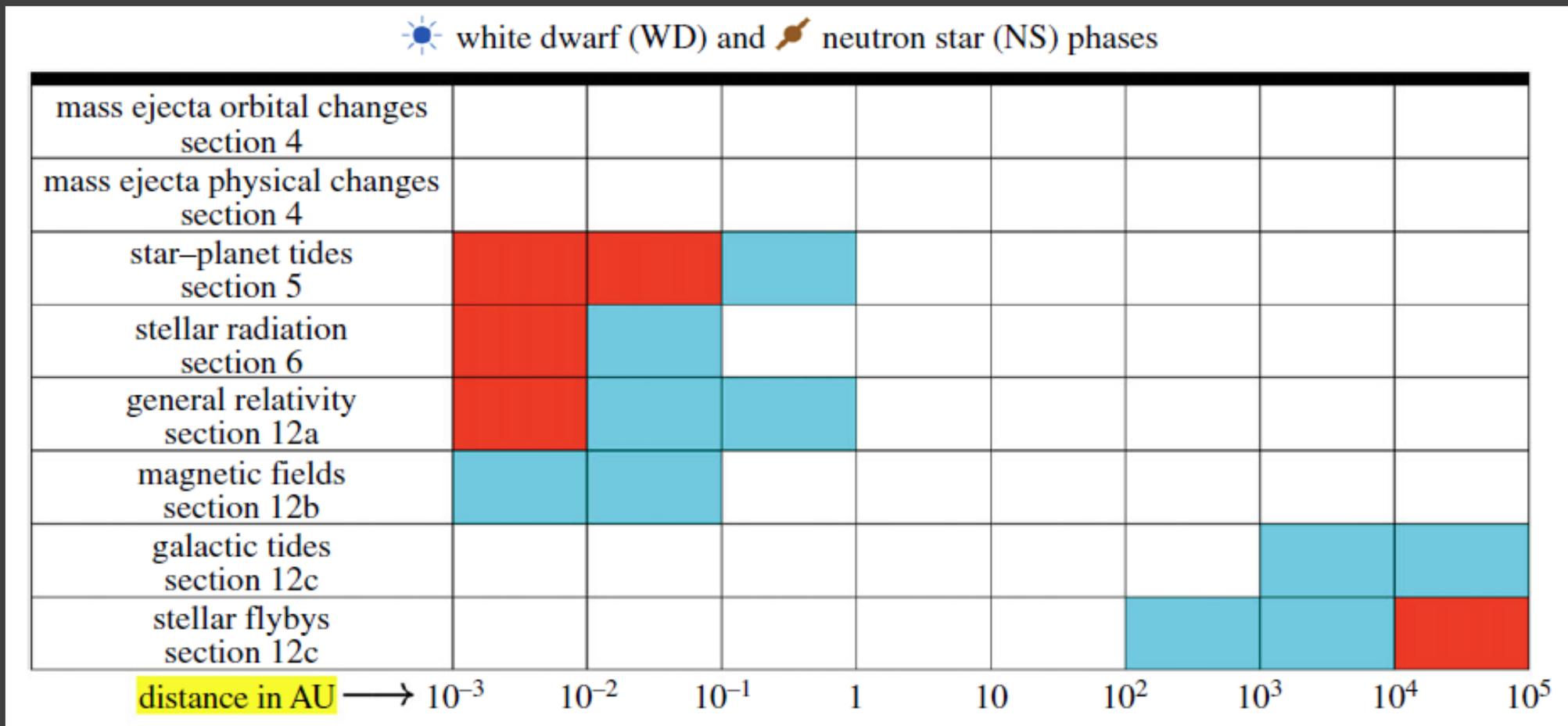
Planets are observed around red giants,  
in evolved binary systems,  
and even around white dwarfs and neutron stars.



# Physical effects and processes: Giant stars



# Physical effects and processes: WDs and NSs

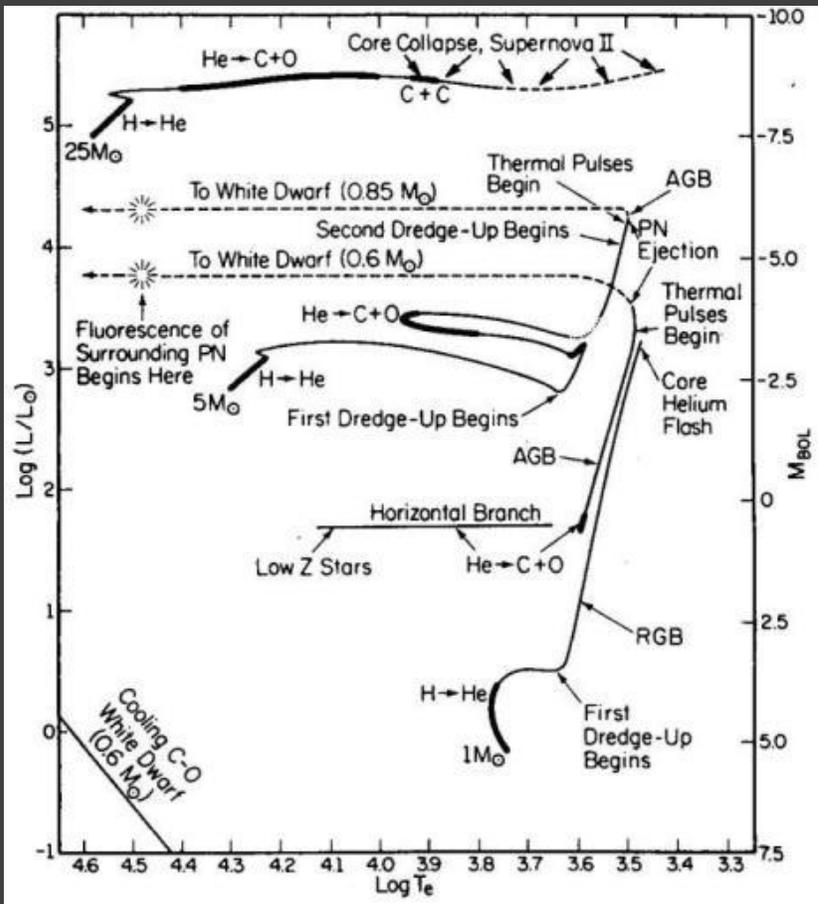


# Specific post-MS systems

name	type
BD+48 740 <sup>a</sup>	GB star with possible pollution
G 29-38 <sup>b</sup>	WD with disc and pollution
GD 362 <sup>c</sup>	WD with disc and pollution
GJ 86 <sup>d</sup>	binary WD-MS with planet
NN Ser <sup>e</sup>	binary WD-MS with planets
PSR B1257+12 <sup>f</sup>	pulsar with planets
PSR B1620-26 <sup>g</sup>	binary pulsar-WD with planet
SDSS J1228+1040 <sup>h</sup>	WD with disc and pollution
WD 0806-661 <sup>i</sup>	WD with planet
WD 1145+017 <sup>j</sup>	WD with asteroids, disc and pollution
WD J0959-0200 <sup>k</sup>	WD with disc and pollution
vMa2 <sup>l</sup>	WD with pollution

Some peculiar (at first glance) systems can shed light on important issues of stellar and planetary evolution.

# Stellar evolution

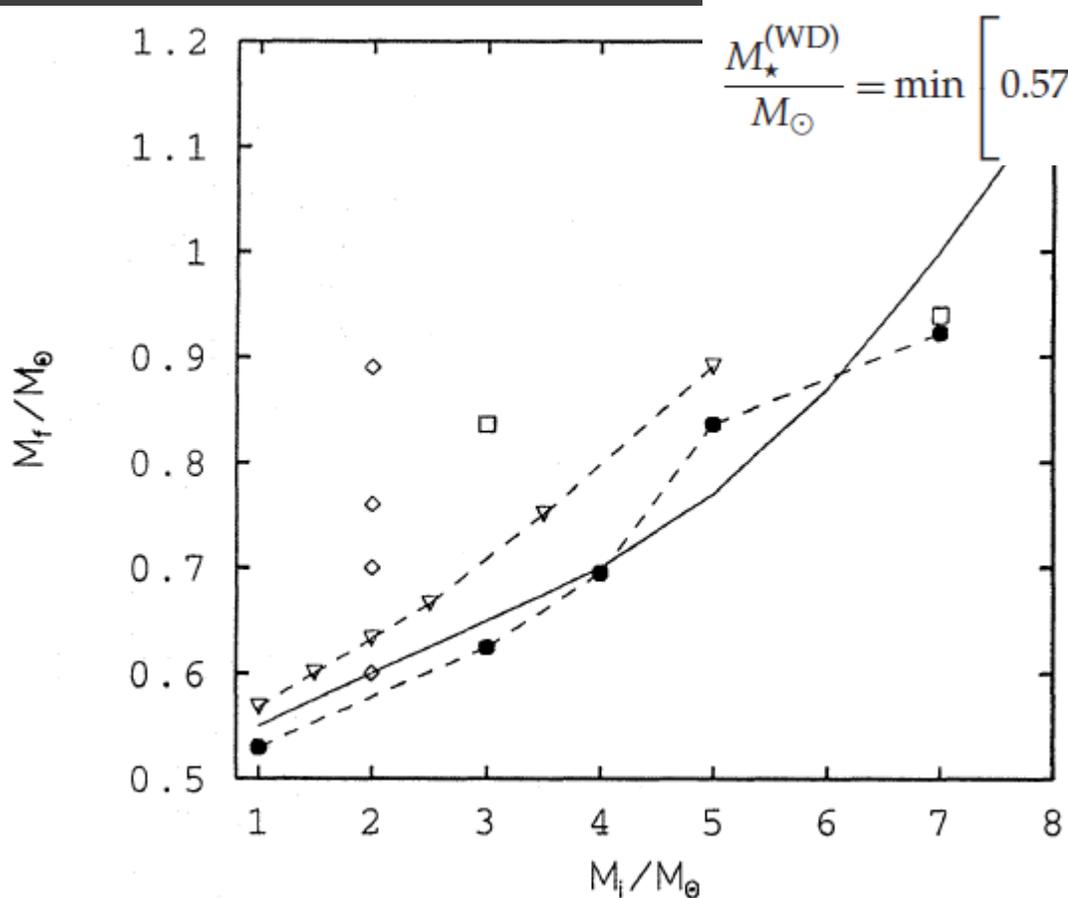


Iben (1991)

MS stellar type	MS mass ( $M_{\odot}$ )	WD mass ( $M_{\odot}$ )	max AGB radius (AU)	max mass loss rate ( $M_{\odot}/\text{yr}$ )	max luminosity ( $L_{\odot}$ )	RGB time span (Myr)	AGB time span (Myr)	RGB mass loss/AGB mass loss
B3	6.30	1.18	6.19	$9.27 \times 10^{-5}$	66200	0.086	0.92	$2.0 \times 10^{-4}$
B4	5.00	1.00	4.98	$6.51 \times 10^{-5}$	46100	0.25	1.41	$2.5 \times 10^{-4}$
B5	4.30	0.91	4.29	$5.15 \times 10^{-5}$	35900	0.49	1.89	$3.0 \times 10^{-4}$
B8	3.00	0.75	2.86	$2.78 \times 10^{-5}$	18700	2.42	4.19	$4.5 \times 10^{-4}$
A0	2.34	0.65	2.26	$2.33 \times 10^{-5}$	12700	7.71	5.72	$6.0 \times 10^{-4}$
A5	2.04	0.64	1.86	$1.88 \times 10^{-5}$	9500	20.0	6.27	$1.4 \times 10^{-3}$
F0	1.66	0.60	1.55	$1.32 \times 10^{-5}$	7140	88.0	5.24	0.040
F5	1.41	0.57	1.35	$9.56 \times 10^{-6}$	5800	220	5.08	0.11
G0	1.16	0.53	1.15	$1.14 \times 10^{-5}$	4520	536	4.82	0.41
G2	1.11	0.53	1.11	$7.44 \times 10^{-6}$	4300	621	4.77	0.57
G5	1.05	0.52	1.07	$6.89 \times 10^{-6}$	4130	684	4.77	0.82
K0	0.90	0.51	0.92	$2.07 \times 10^{-7}$	3590	888	5.01	4.14

Veras (2016)

# Stars and white dwarfs



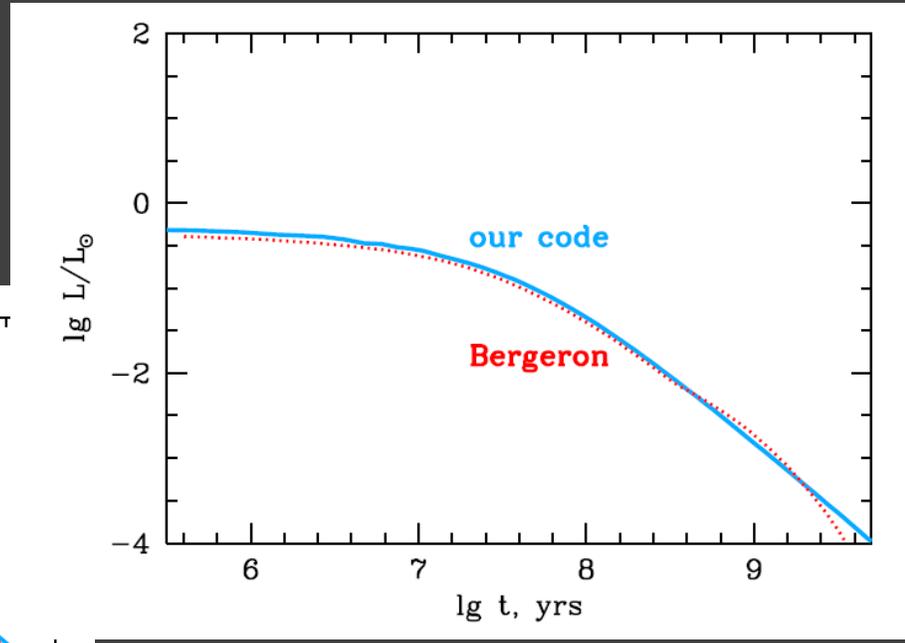
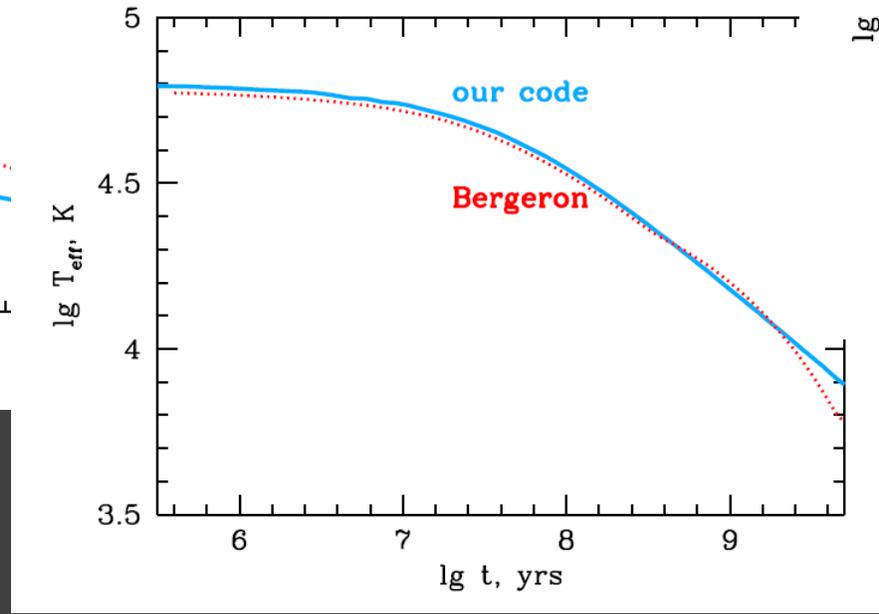
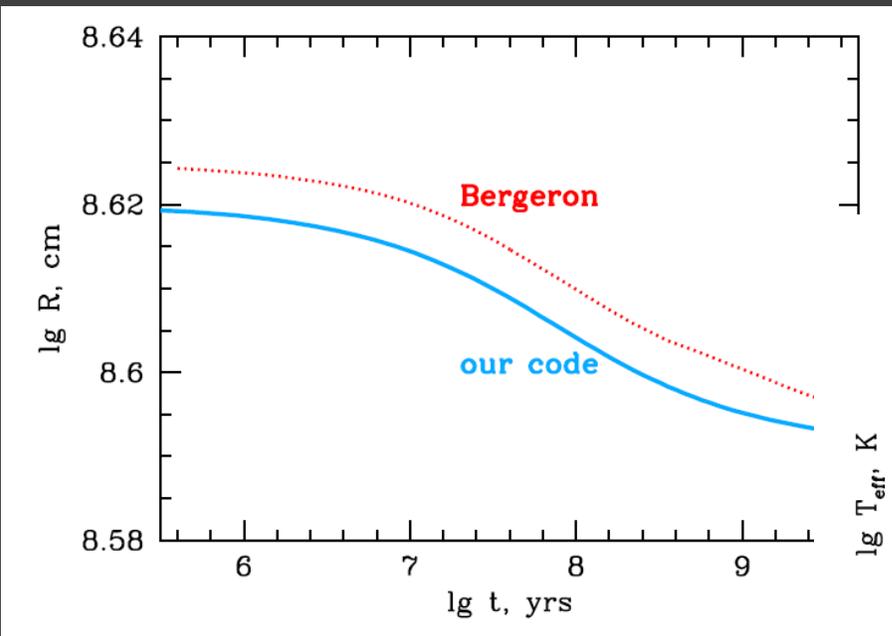
$$R_{\star}^{(WD)} / R_{\odot} \sim 10^{-2} (M_{\star}^{(WD)} / M_{\odot})^{-1/3}$$

$$\frac{R_{\star}^{(WD)}}{R_{\odot}} \approx 0.0127 \left( \frac{M_{\star}^{(WD)}}{M_{\odot}} \right)^{-1/3} \sqrt{1 - 0.607 \left( \frac{M_{\star}^{(WD)}}{M_{\odot}} \right)^{4/3}}$$

$$L_{\star}^{(WD)} = 3.26 L_{\odot} \left( \frac{M_{\star}^{(WD)}}{0.6 M_{\odot}} \right) \left( \frac{Z_{\star}}{0.02} \right)^{0.4} \left( 0.1 + \frac{t_{\text{cool}}}{\text{Myr}} \right)^{-1.18}$$

# Thermal evolution of WDs

The code by Blinnikov and Dunina-Barkovskaya (1994).



# Stellar mass vs. white dwarf mass

## PARSEC-Based IFMR<sup>10</sup>

$$M_f = (0.0873 \pm 0.0190) \times M_i + (0.476 \pm 0.033)M_\odot \quad (1)$$

$(0.87 M_\odot < M_i < 2.80 M_\odot)$

$$M_f = (0.181 \pm 0.041) \times M_i + (0.210 \pm 0.131)M_\odot \quad (2)$$

$(2.80 M_\odot < M_i < 3.65 M_\odot)$

$$M_f = (0.0835 \pm 0.0144) \times M_i + (0.565 \pm 0.073)M_\odot \quad (3)$$

$(3.65 M_\odot < M_i < 8.20 M_\odot)$

## MIST-Based IFMR

$$M_f = (0.080 \pm 0.016) \times M_i + (0.489 \pm 0.030)M_\odot \quad (4)$$

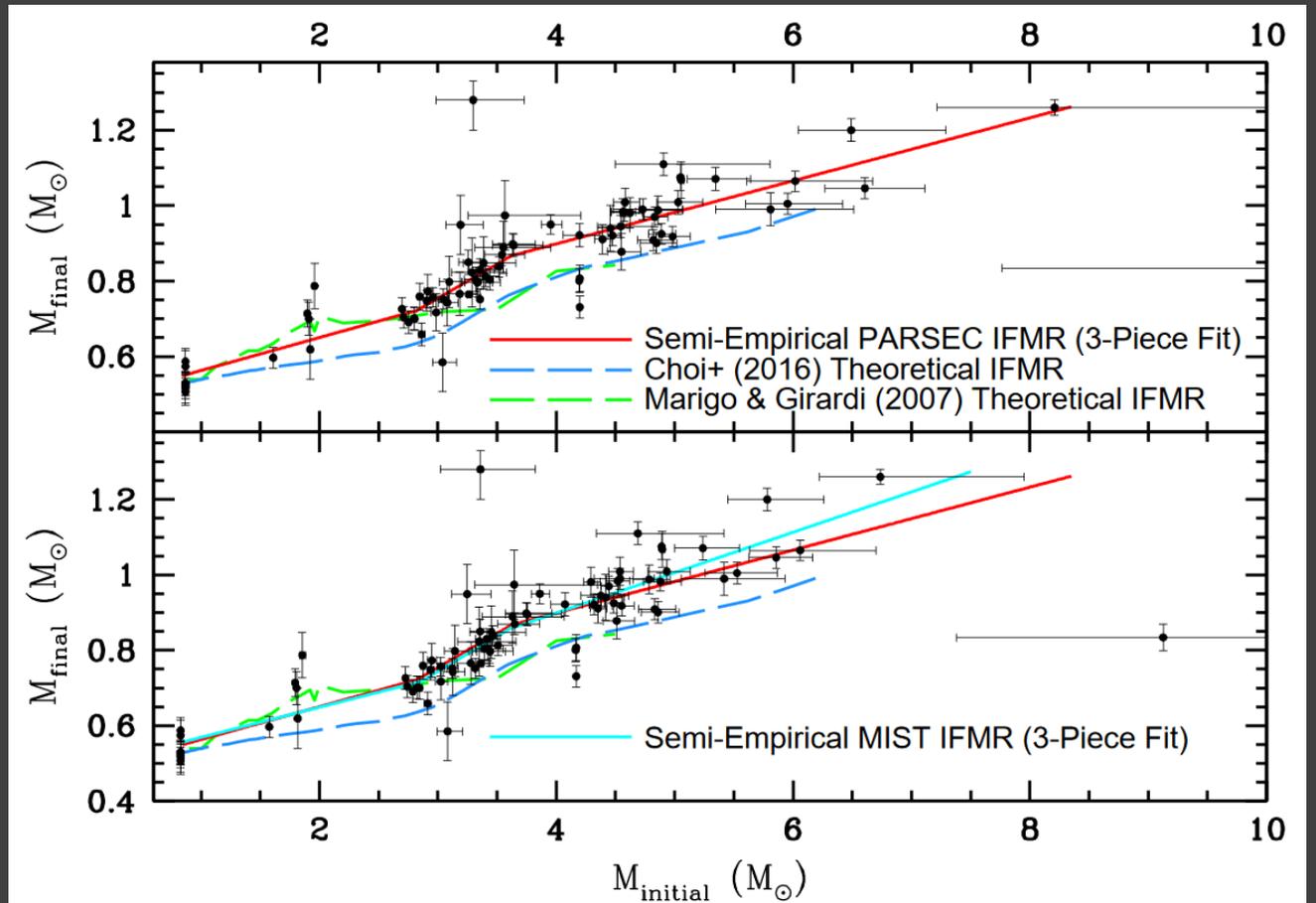
$(0.83 M_\odot < M_i < 2.85 M_\odot)$

$$M_f = (0.187 \pm 0.061) \times M_i + (0.184 \pm 0.199)M_\odot \quad (5)$$

$(2.85 M_\odot < M_i < 3.60 M_\odot)$

$$M_f = (0.107 \pm 0.016) \times M_i + (0.471 \pm 0.077)M_\odot \quad (6)$$

$(3.60 M_\odot < M_i < 7.20 M_\odot)$



# Mass loss after the Main sequence

Mass loss at the red giant branch (modified Reimers formula)

$$\frac{dM_{\star}^{(\text{RGB})}}{dt} = 8 \times 10^{-14} M_{\odot} \text{yr}^{-1} \left( \frac{L_{\star}^{(\text{RGB})}}{L_{\odot}} \right) \left( \frac{R_{\star}^{(\text{RGB})}}{R_{\odot}} \right) \left( \frac{M_{\star}^{(\text{RGB})}}{M_{\odot}} \right)^{-1} \\ \times \left( \frac{T_{\star}^{(\text{RGB})}}{4000 \text{ K}} \right)^{7/2} \left[ 1 + 2.3 \times 10^{-4} \left( \frac{g_{\star}^{(\text{RGB})}}{g_{\odot}} \right)^{-1} \right],$$

Mass loss after the RGB is uncertain.  
It is not constant due to pulsation.

At the tip of the AGB  $\dot{M}$  can reach  
0.0001 solar mass per year.

$$\dot{M}_{\text{R}} = 4 \cdot 10^{-13} \eta_{\text{R}} \frac{LR}{M} \quad [M_{\odot}/\text{yr}].$$

RGB and AGB for  $P < 100$  days

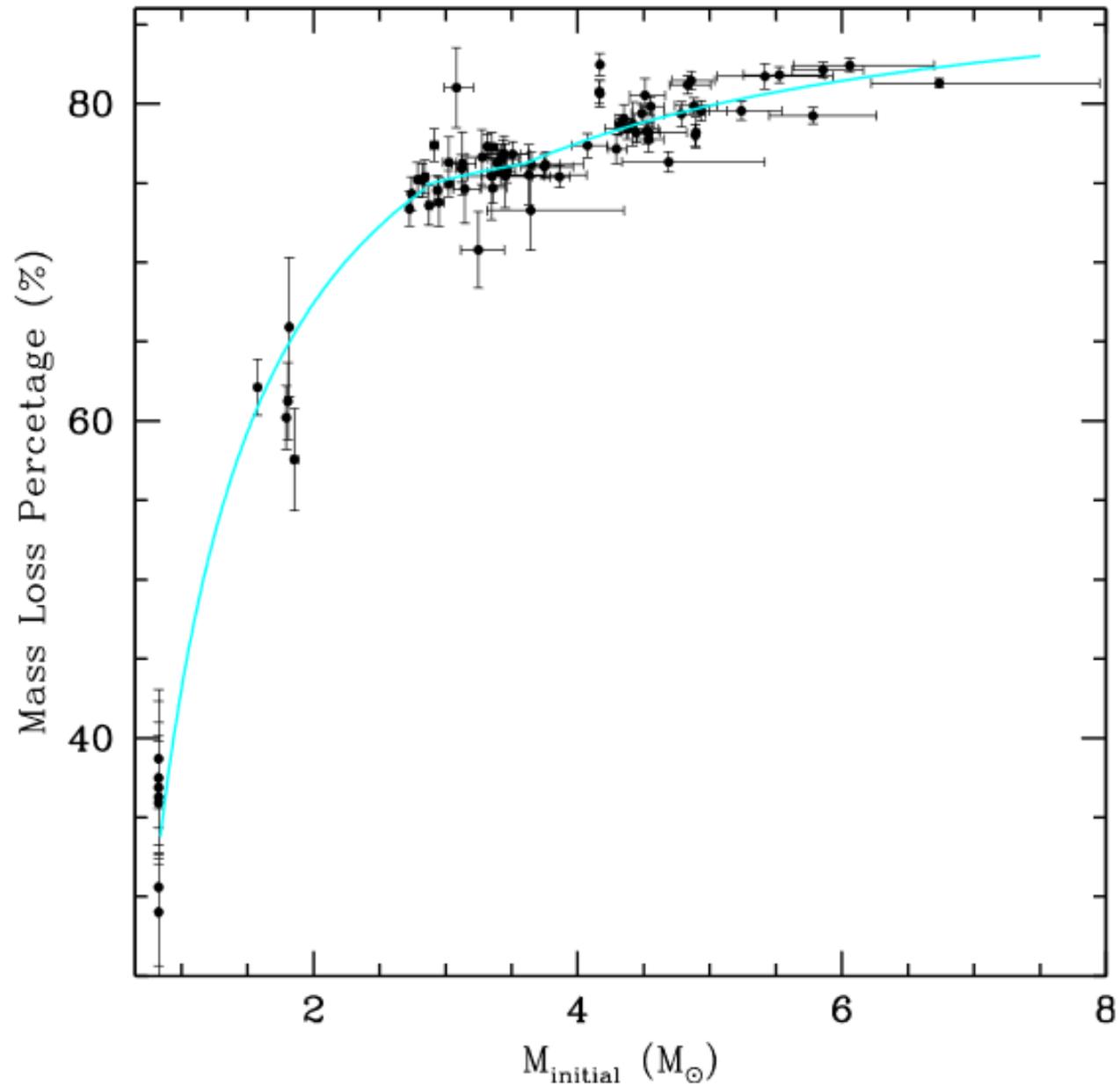
$$\log(P_0/\text{d}) = -1.92 - 0.73 \log M + 1.86 \log R.$$

AGB for  $P > 100$  days

$$\dot{M}_{\text{B1}} = 4.83 \cdot 10^{-9} M_{\text{ZAMS}}^{-2.1} \cdot L^{2.7} \cdot \dot{M}_{\text{R}} \quad [M_{\odot}/\text{yr}]$$

At the AGB  $M_{\text{ZAMS}}$  can be modified to  $M_{\text{CURRENT}}$

# Mass loss



# Orbital evolution with mass loss

General formula

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{G(M_\star + M_{\text{SB}})}{r^3} r.$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{G(M_\star(t=0) + M_{\text{SB}}(t=0))}{r^3} r - \frac{1}{2(M_\star(t) + M_{\text{SB}}(t))} \frac{d(M_\star(t) + M_{\text{SB}}(t))}{dt} r,$$

$$\frac{da}{dt} = -\frac{a(1 + e^2 + 2e \cos f)}{1 - e^2} \frac{\dot{M}_\star + \dot{M}_{\text{SB}}}{M_\star + M_{\text{SB}}} = -a \left( \frac{1 + e \cos E}{1 - e \cos E} \right) \frac{\dot{M}_\star + \dot{M}_{\text{SB}}}{M_\star + M_{\text{SB}}},$$

$$\frac{de}{dt} = -(e + \cos f) \frac{\dot{M}_\star + \dot{M}_{\text{SB}}}{M_\star + M_{\text{SB}}} = -\left[ \frac{(1 - e^2) \cos E}{1 - e \cos E} \right] \frac{\dot{M}_\star + \dot{M}_{\text{SB}}}{M_\star + M_{\text{SB}}},$$

$$\frac{di}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = 0$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\left( \frac{\sin f}{e} \right) \frac{\dot{M}_\star + \dot{M}_{\text{SB}}}{M_\star + M_{\text{SB}}} = -\left[ \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E}{e(1 - e \cos E)} \right] \frac{\dot{M}_\star + \dot{M}_{\text{SB}}}{M_\star + M_{\text{SB}}}.$$

true anomaly  $f$

eccentric anomaly  $E$ :

$$\frac{df}{dt} = -\frac{d\omega}{dt} + \frac{n(1 + e \cos f)^2}{(1 - e^2)^{3/2}}$$

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} \frac{d\omega}{dt} + \frac{n}{1 - e \cos E}.$$

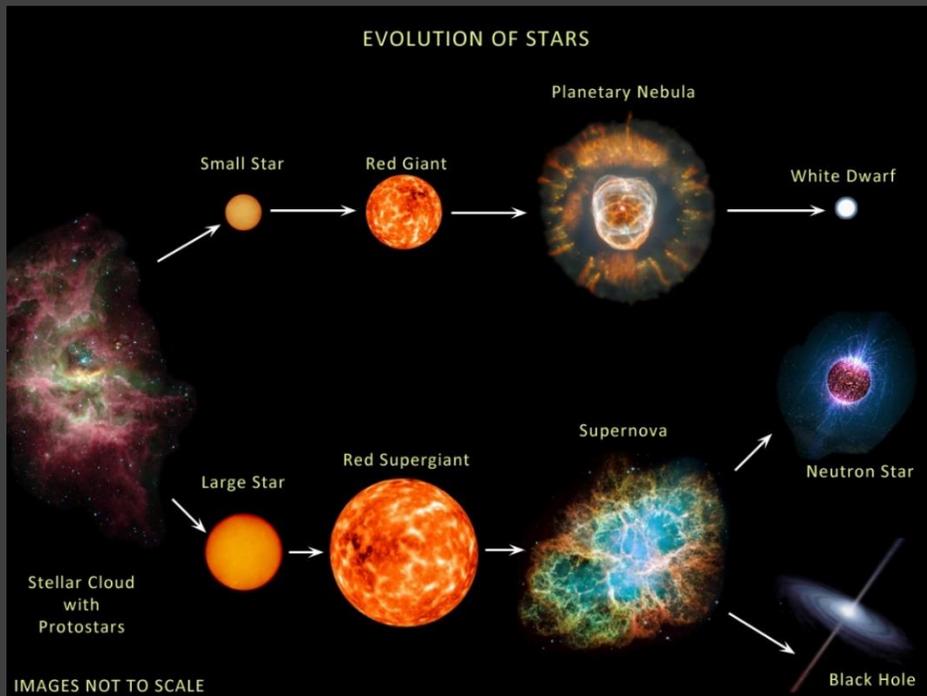
$$n = G^{1/2} (M_\star + M_{\text{SB}})^{1/2} a^{-3/2}$$

# Выброс планет звездами

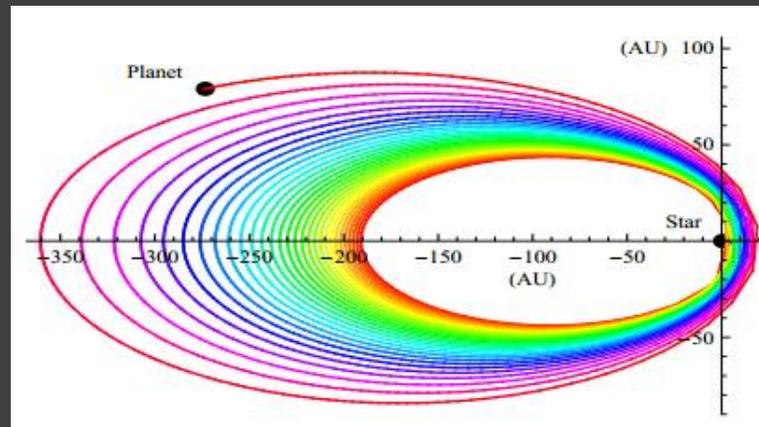
Что происходит с планетами  
когда звезда теряет массу?

У звезд типа Солнца планеты на орбитах, как в СС, останутся в системе, но орбиты будут шире. Поэтому и наблюдают планеты у белых карликов

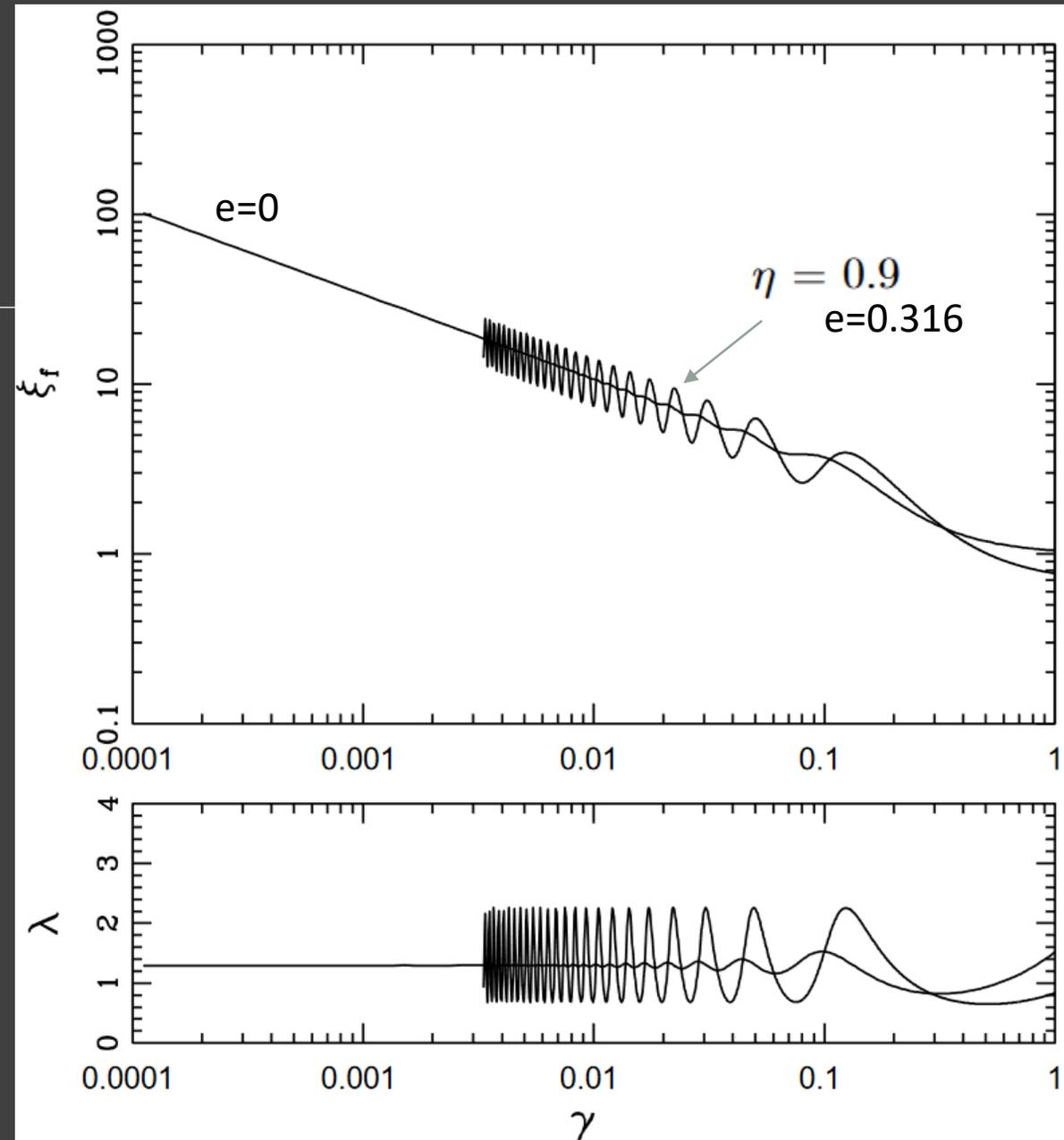
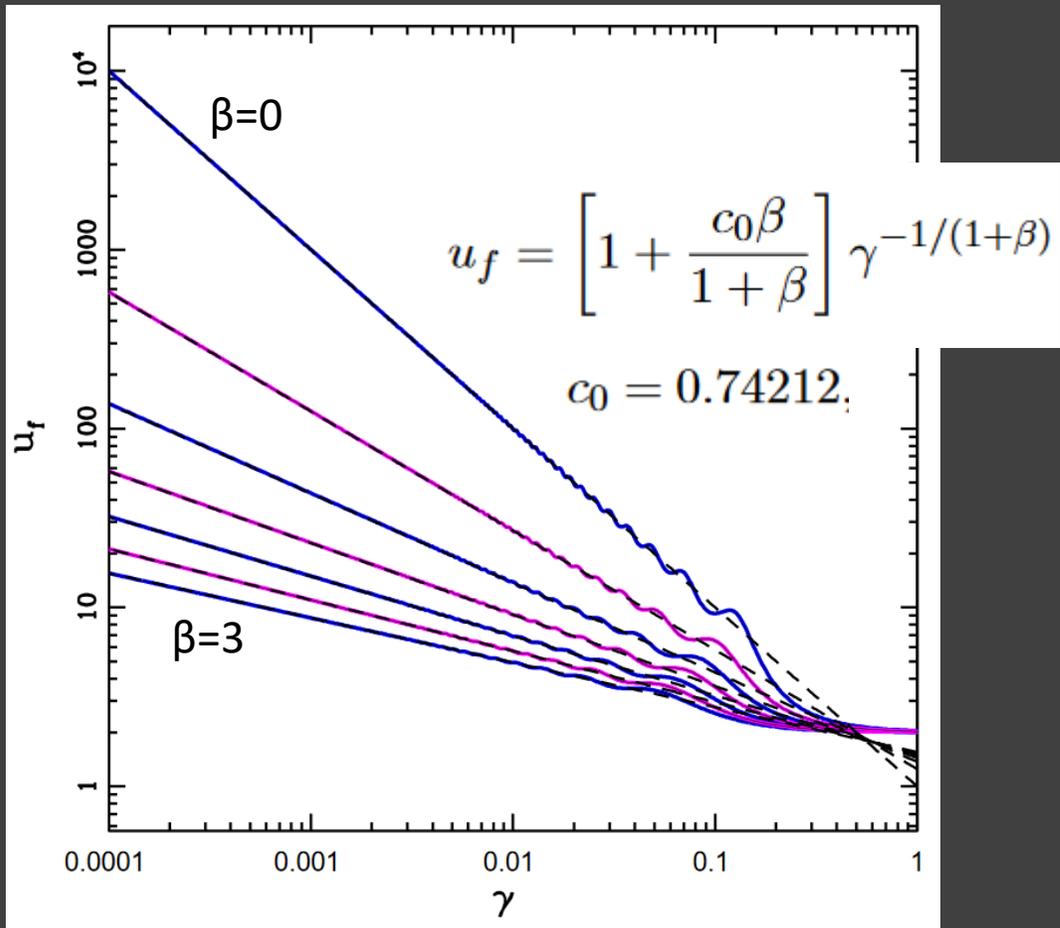
Далекие планеты могут «улетать»



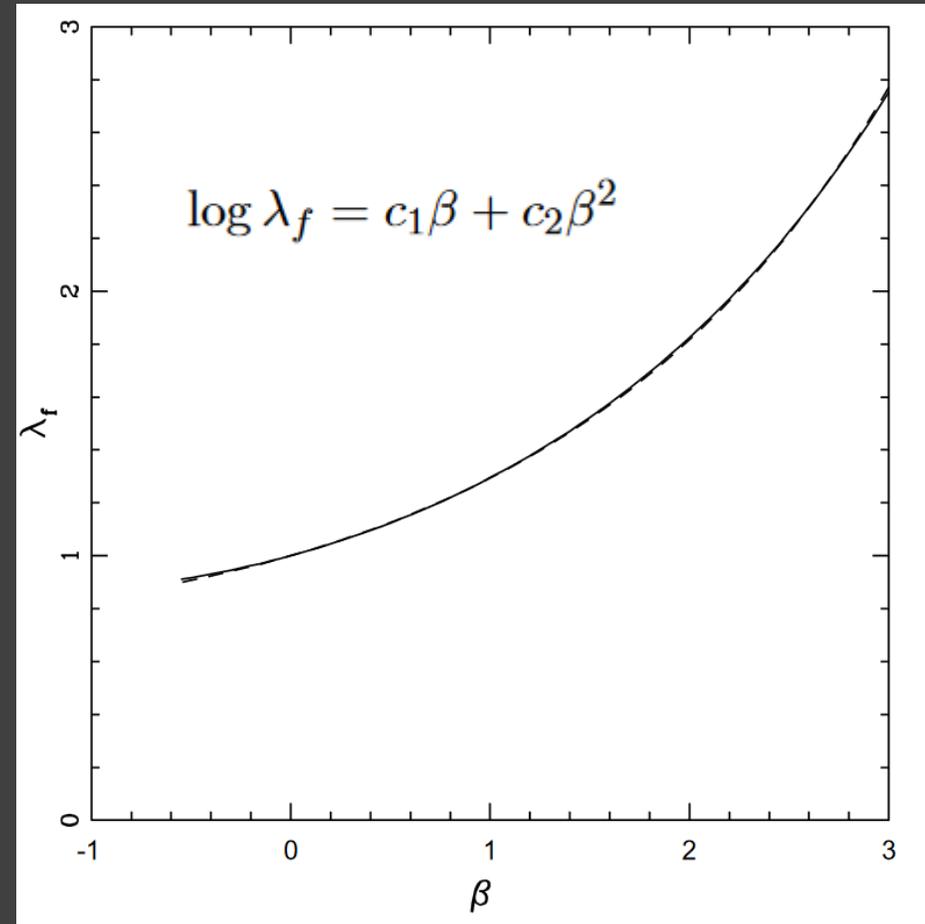
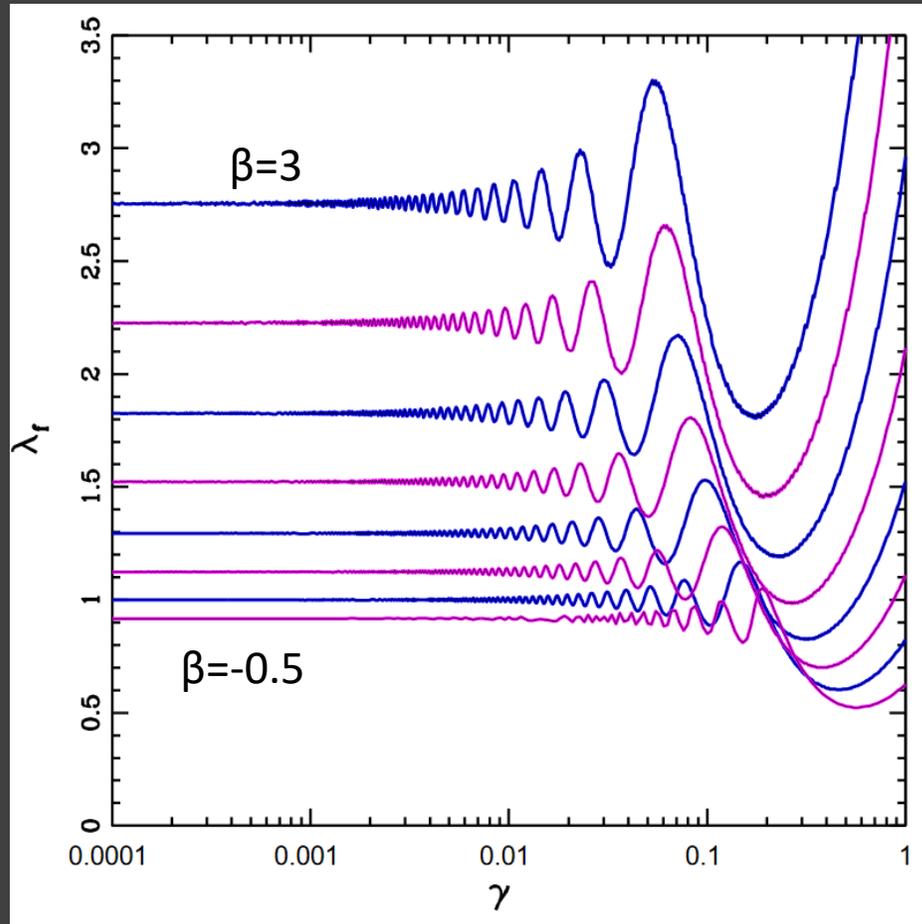
Интересные потери планет могут происходить в двойных системах!



# Numerical results



# Numerical results



# Adiabatic regime: simple solution

---

$$\Psi \equiv \frac{\dot{M}_\star}{M_\star n} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{\dot{M}_\star}{M_\odot \text{ yr}^{-1}} \right) \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-3/2} \left( \frac{a}{\text{AU}} \right)^{3/2}$$

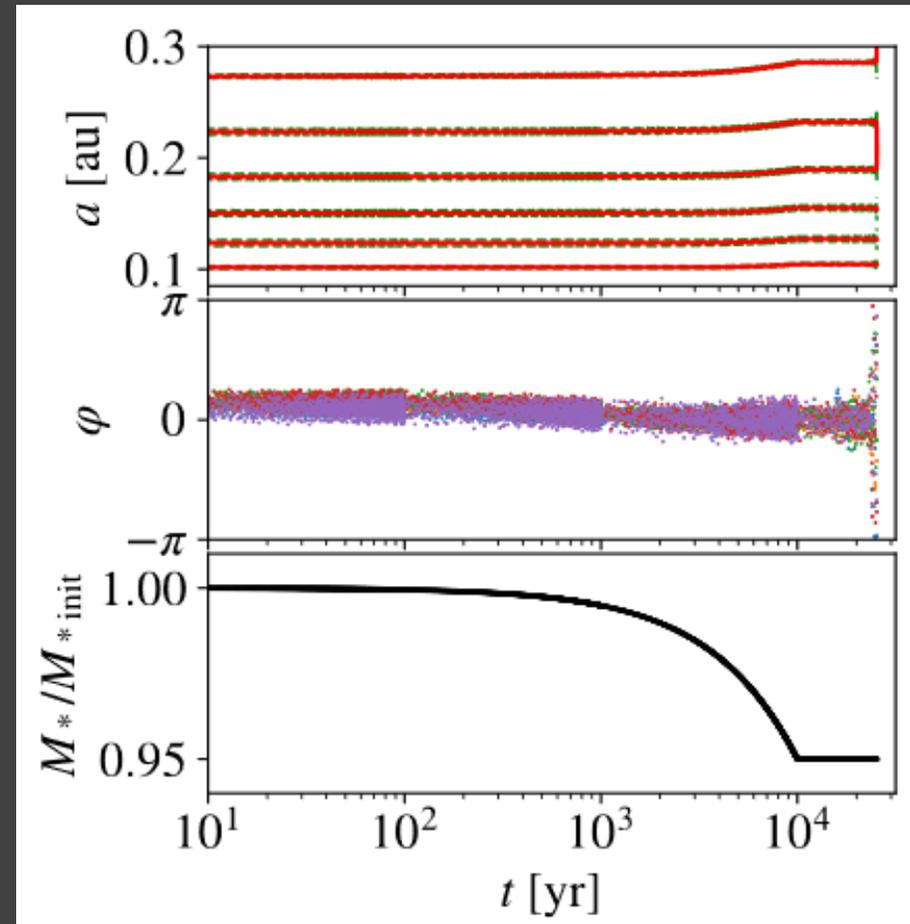
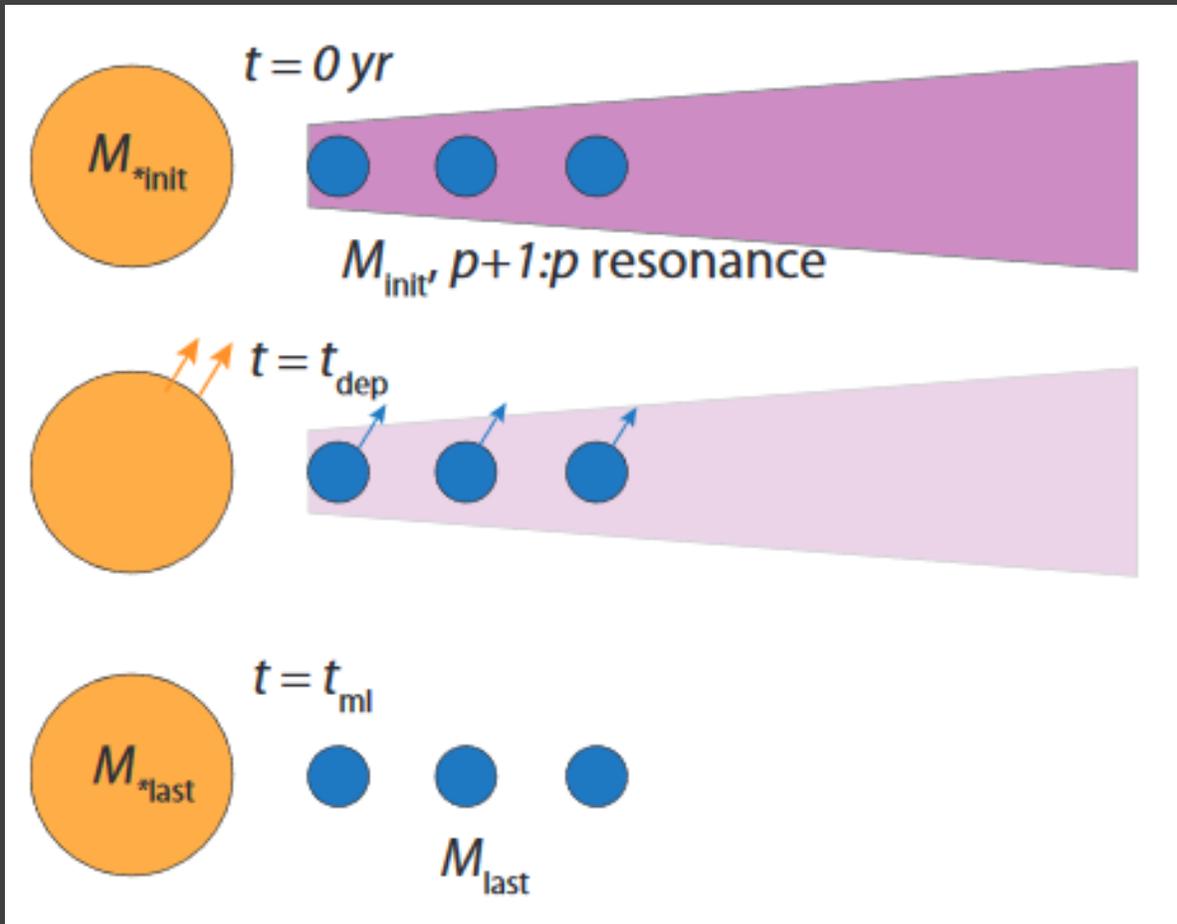
$$n = G^{1/2} (M_\star + M_{\text{SB}})^{1/2} a^{-3/2}$$

$\Psi \ll 1$  Adiabatic regime – easy to analyze.  
Eccentricity is constant and so:

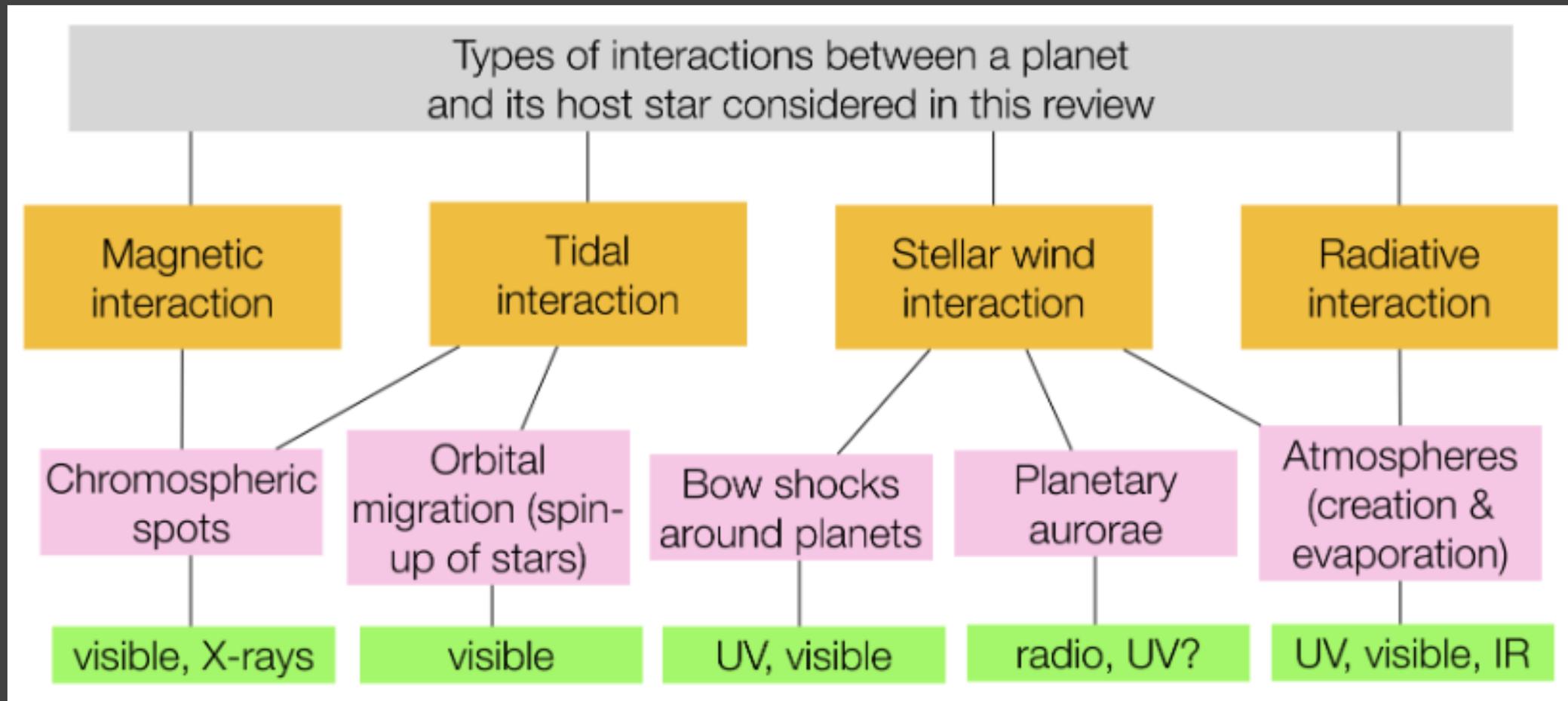
$$(1/a) \frac{da}{dt} = -(M_\star + M_{\text{SB}})^{-1} (dM_\star/dt)$$

Most of planet are in these regime ( $a < 100$  AU).

# Resonant chains stability



# Star-planet interaction



# Gas drag in the wind and atmosphere

---

Small bodies can be destroyed by the wind or in atmosphere.

$$g_{\text{SB}} \lesssim \frac{2\pi\rho_{\text{SB}}\rho_{\text{wind}}v^2}{R_{\text{SB}}(\rho_{\text{SB}}^2 - \rho_{\text{wind}}^2)}$$

$$M_{\text{SB}} \lesssim 0.02M_{\oplus} \left(\frac{\rho_{\text{wind}}}{10^{-4} \text{ g cm}^{-3}}\right)^{3/2} \left(\frac{\rho_{\text{SB}}}{2 \text{ g cm}^{-3}}\right)^{-2} \left(\frac{v}{100 \text{ km s}^{-1}}\right)^3$$
$$\sim 100 \text{ kg} \left(\frac{\rho_{\text{wind}}}{10^{-16} \text{ g cm}^{-3}}\right)^{3/2} \left(\frac{\rho_{\text{SB}}}{2 \text{ g cm}^{-3}}\right)^{-2} \left(\frac{v}{10 \text{ km s}^{-1}}\right)^3.$$

# Tides

$$\frac{da}{dt} = -\frac{a}{9t_{\text{conv}}} \frac{M_{\star}^{(\text{env})}}{M_{\star}} \frac{M_{\text{SB}}}{M_{\star}} \left(1 + \frac{M_{\text{SB}}}{M_{\star}}\right) \left(\frac{R_{\star}}{a}\right)^8 \left[2p_2 + e^2 \left(\frac{7}{8}p_1 - 10p_2 + \frac{441}{8}p_3\right)\right]$$

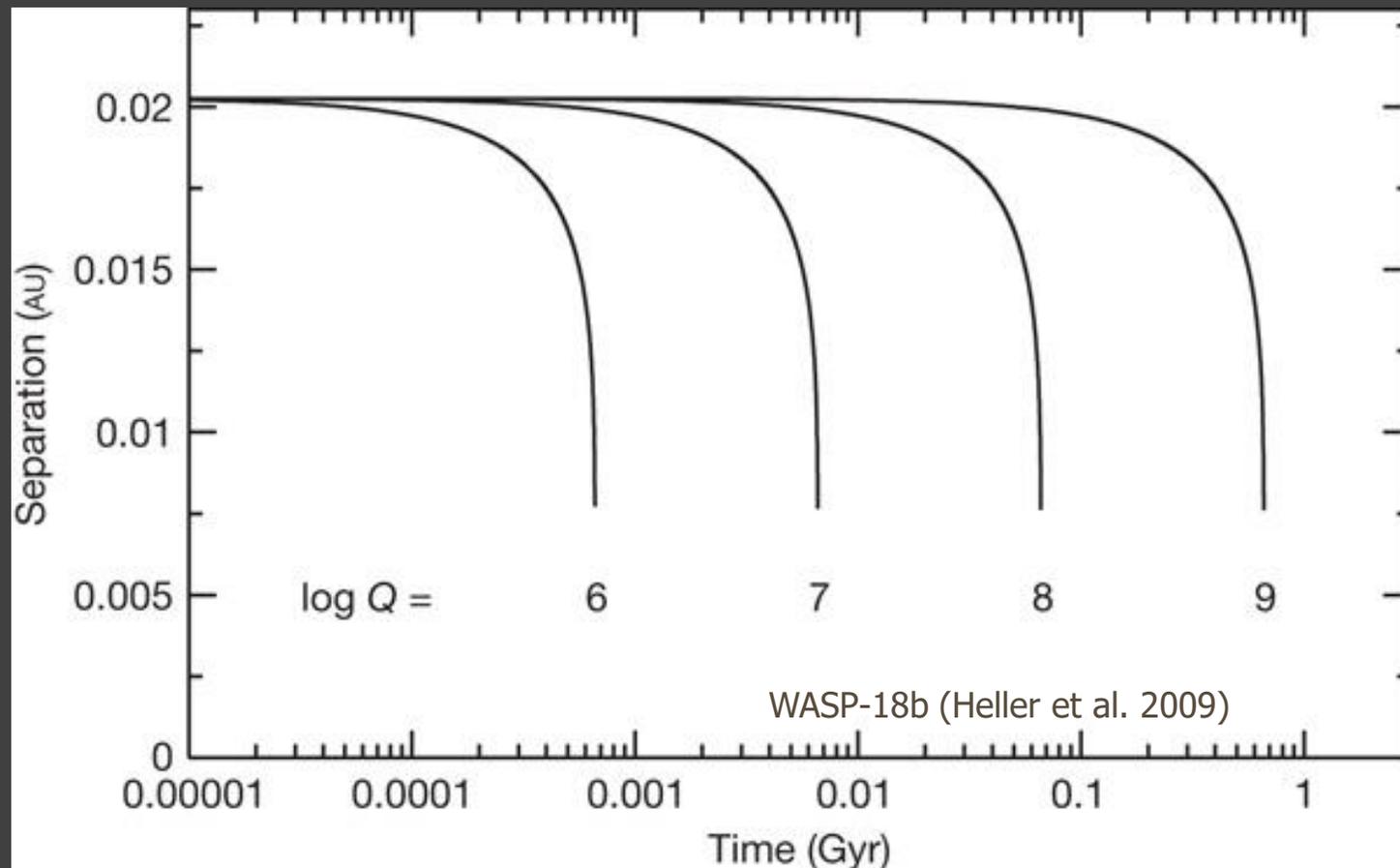
$$\frac{de}{dt} = -\frac{e}{36t_{\text{conv}}} \frac{M_{\star}^{(\text{env})}}{M_{\star}} \frac{M_{\text{SB}}}{M_{\star}} \left(1 + \frac{M_{\text{SB}}}{M_{\star}}\right) \left(\frac{R_{\star}}{a}\right)^8 \left[\frac{5}{4}p_1 - 2p_2 + \frac{147}{4}p_3\right],$$

$$t_{\text{conv}} = \left[ \frac{M_{\star}^{(\text{env})} (R_{\star} - R_{\star}^{(\text{env})})^2}{3L_{\star}} \right]^{1/3}$$

$$p_l \approx \frac{9}{2} \min \left[ 1, \left( \frac{4\pi^2 a^3}{l^2 G (M_{\star} + M_{\text{SB}}) [t_{\text{conv}}]^2} \right) \right]$$

Actually, many different approaches to calculate tidal effects are used.

# Приливы



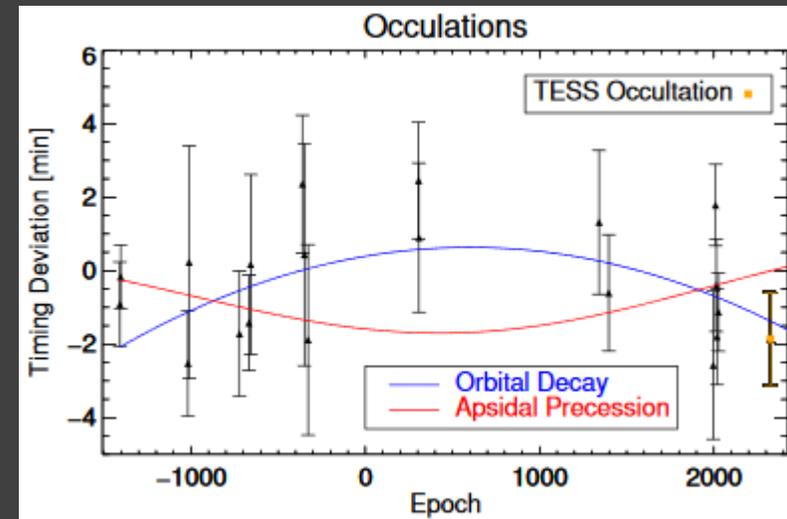
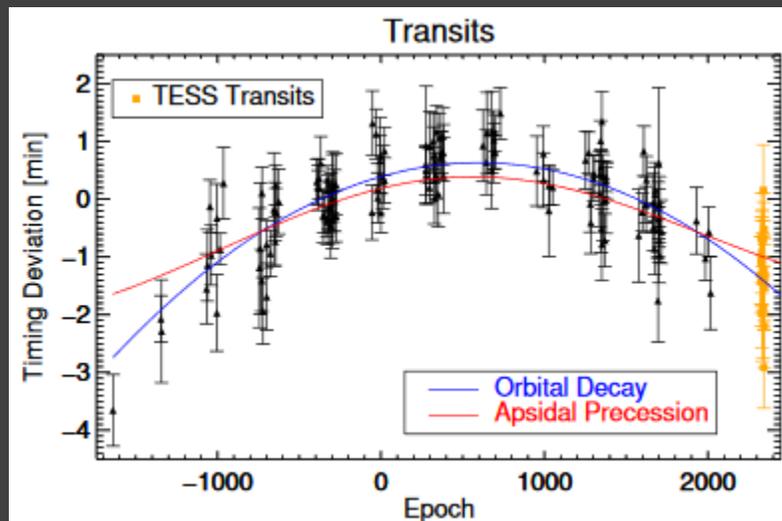
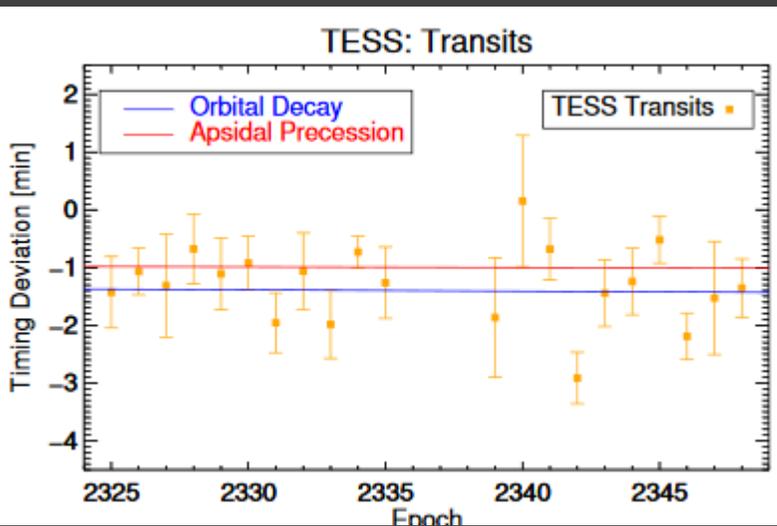
Планеты и звезды (а также планеты друг с другом) могут активно взаимодействовать за счет приливов. Это будет приводить к изменению орбиты и скорости собственного вращения.

При орбитальном периоде короче нескольких дней (орбита менее 0.02 а.е.) невозможно равновесие, и орбита планеты постоянно сокращается, пока планета не будет разрушена и/или поглощена.

# WASP-12b

## Orbital Decay Model

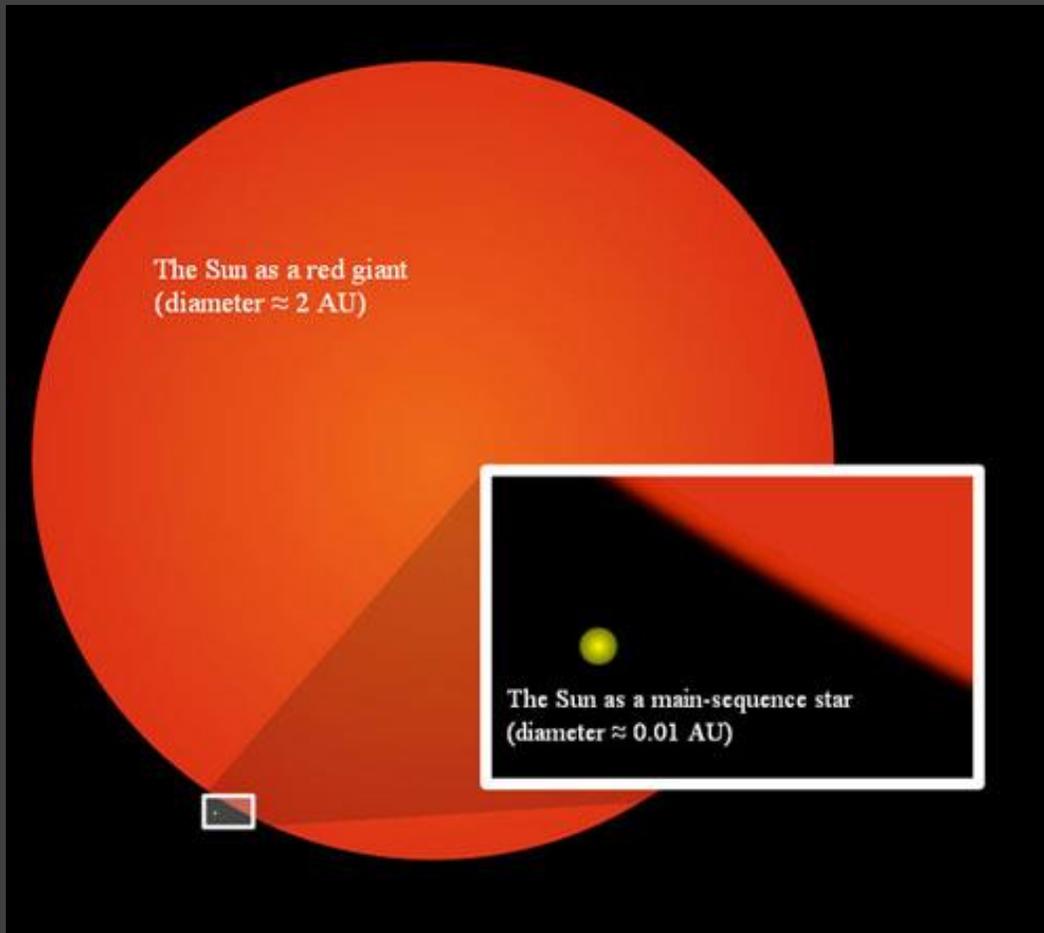
Period	$P_{\text{orb}}$	days	1.091420090	0.000000041
Mid-transit time	$T_{c,0}$	$\text{BJD}_{\text{TDB}}$	2456305.455795	0.000038
Decay Rate	$dP/dE$	days/orbit	$-9.45 \times 10^{-10}$	$4.7 \times 10^{-11}$
Decay Rate	$dP/dt$	msec/yr	-32.53	1.62



Other good examples are not known (see 2002.02606, 2004.06781).

# Превращение звезды в красный гигант

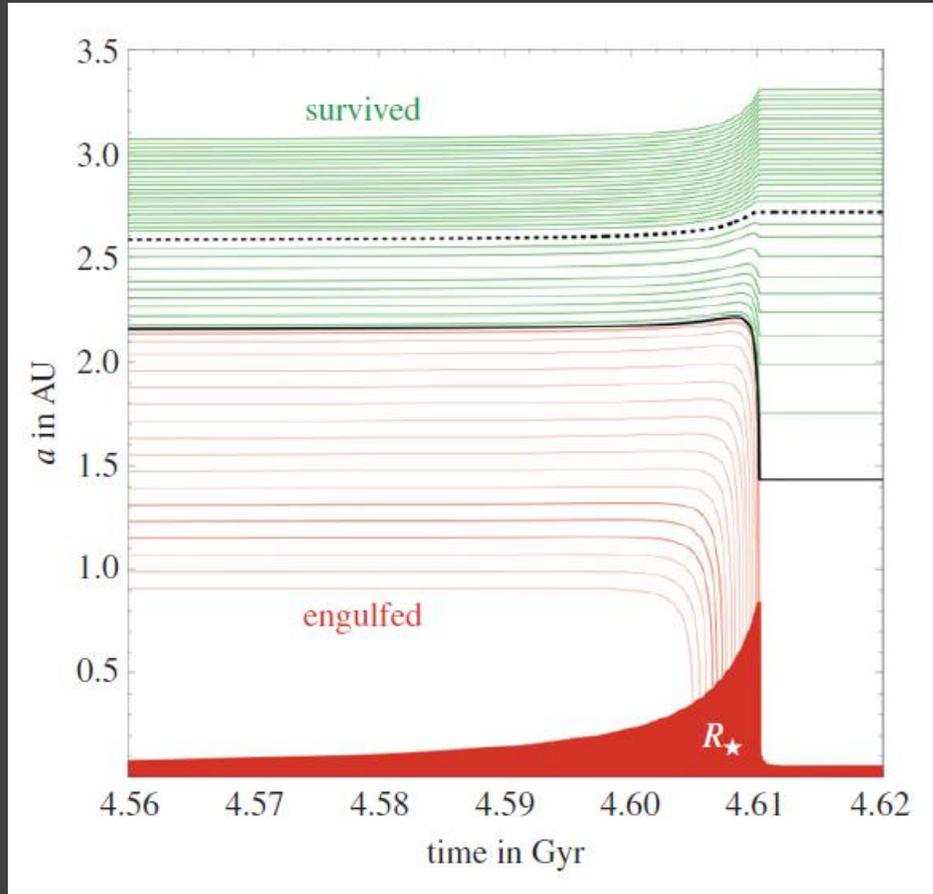
[https://www.e-education.psu.edu/astro801/content/l6\\_p2.html](https://www.e-education.psu.edu/astro801/content/l6_p2.html)



Звездная эволюция отражается на планетах.

При превращении звезды в красного гиганта часть планет оказывается поглощенными.

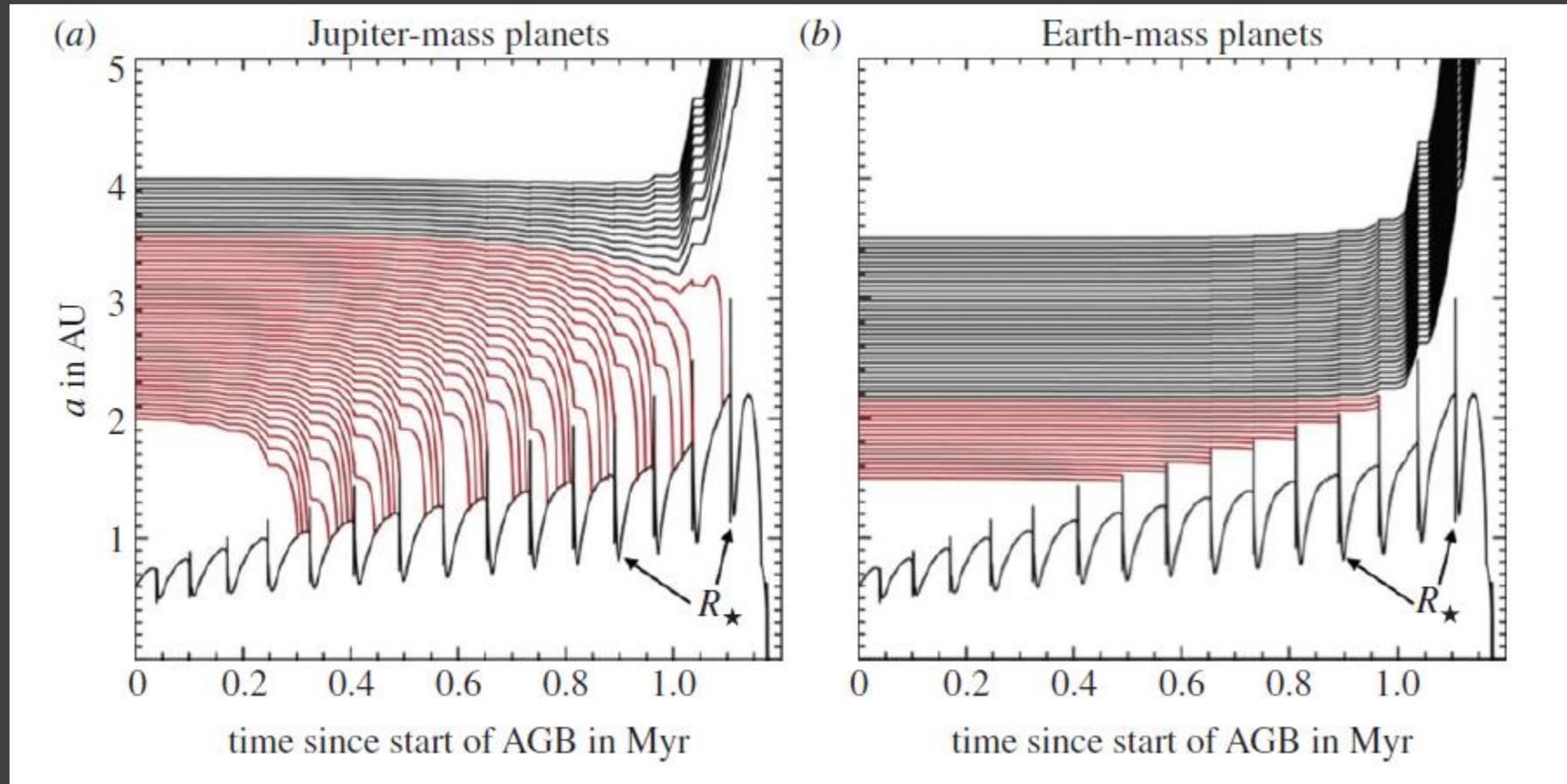
# Tidal engulfment: RGB star



1.5 solar mass at the Main sequence.

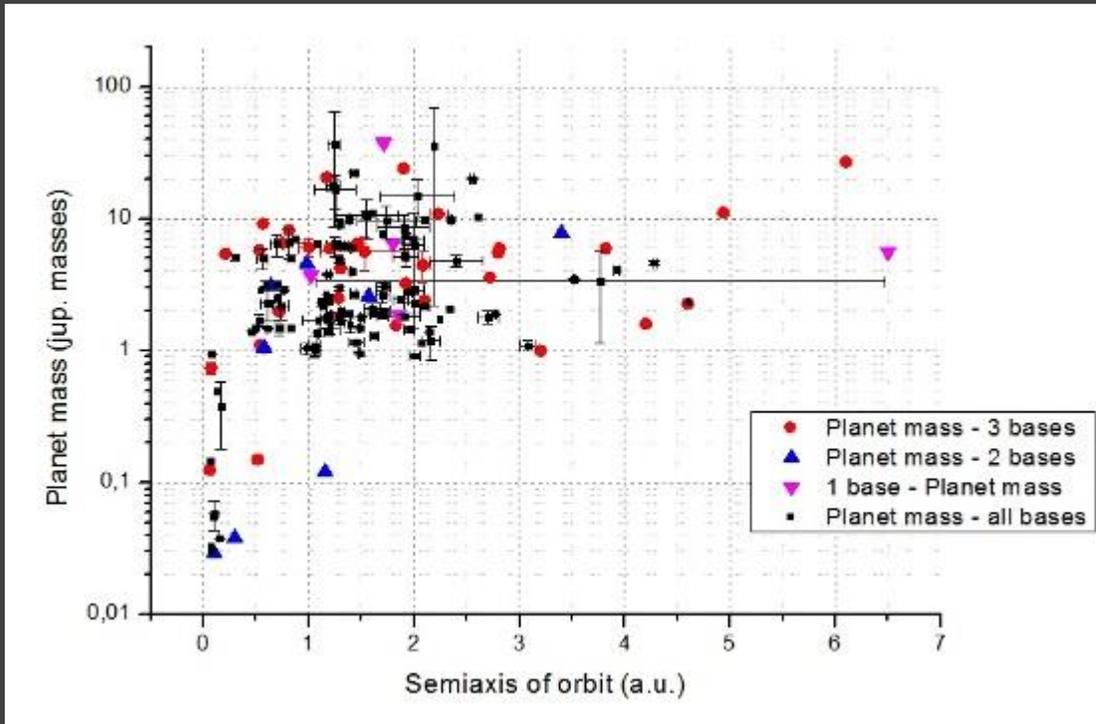
Jupiter mass planet.

# Tidal engulfment: AGB star



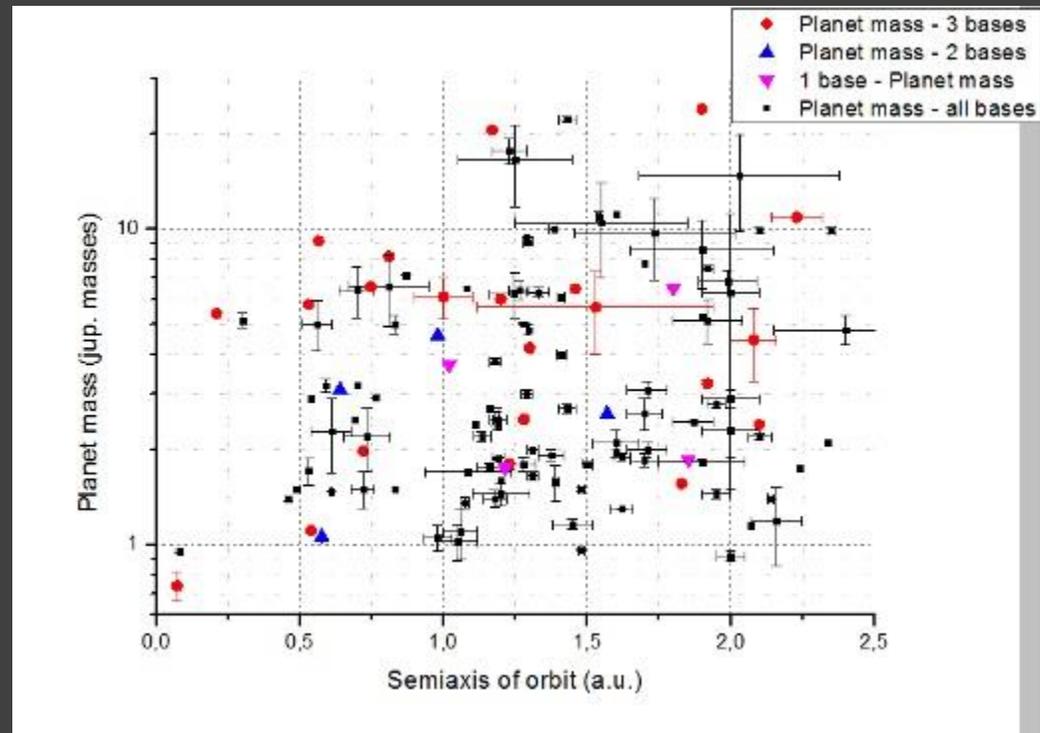
2 solar mass  
at the MS.

# Planets around red giants



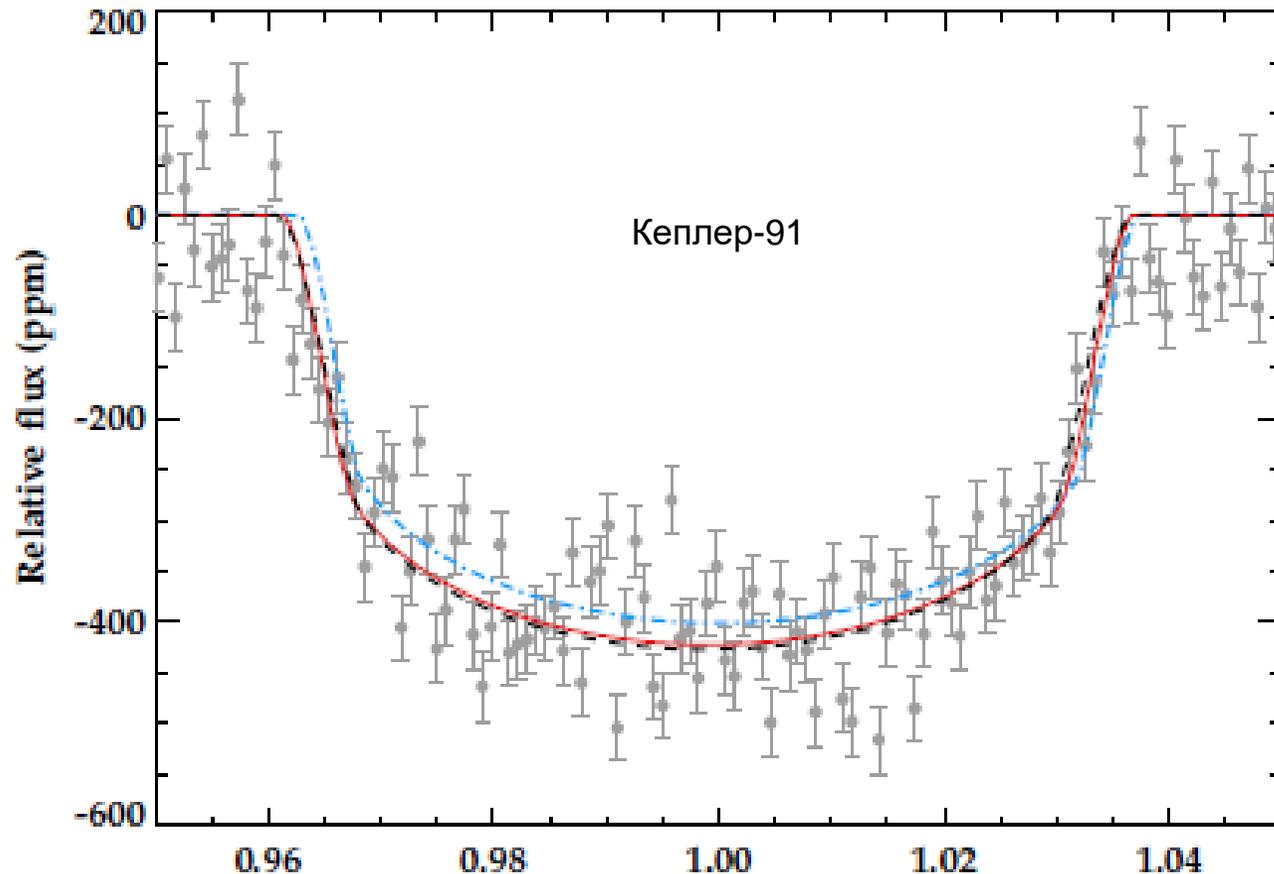
<http://www.astronet.ru/db/msg/1391325>

>100 planets



See also <https://www.lsw.uni-heidelberg.de/users/sreffert/giantplanets/giantplanets.php>

# Планеты вокруг звезд-гигантов

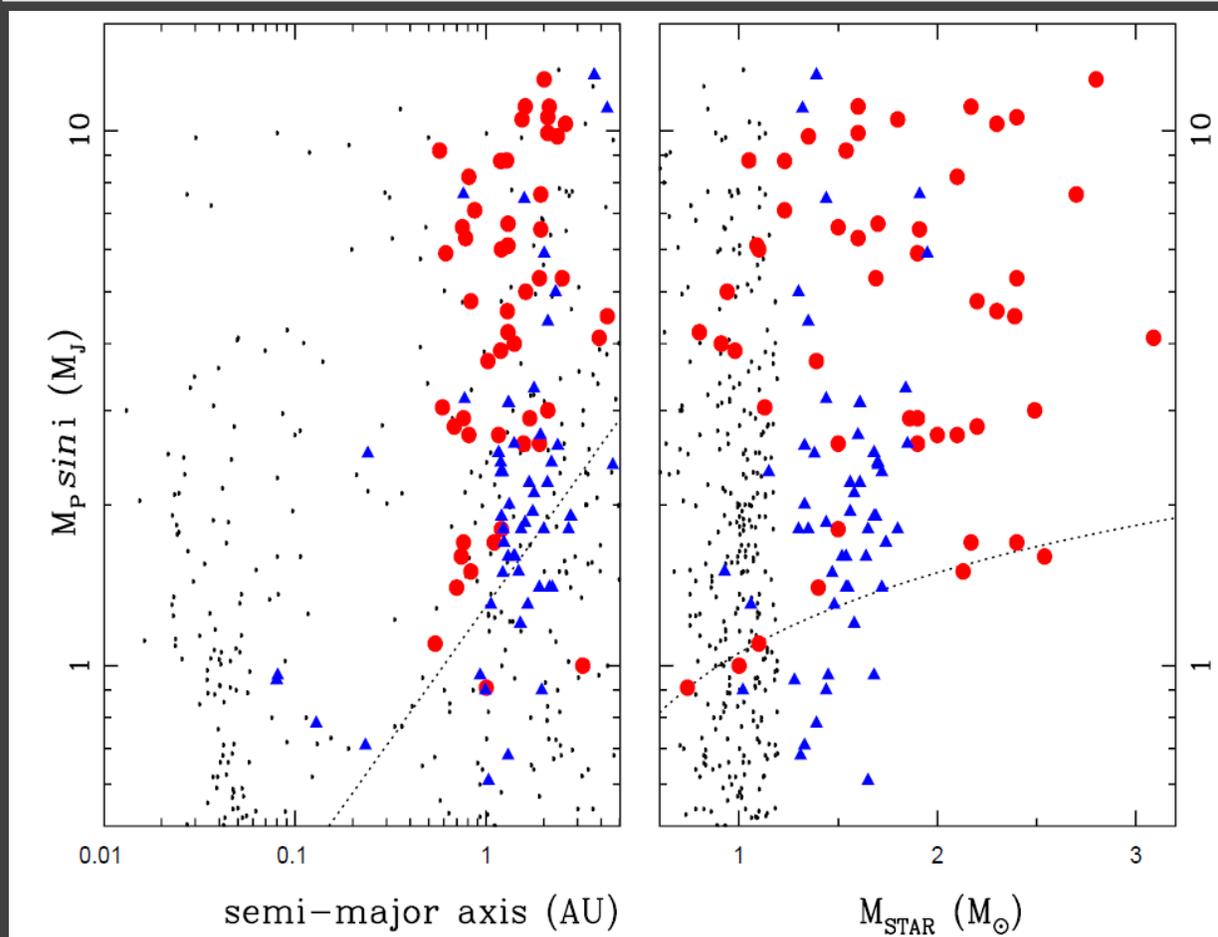


Известно несколько десятков таких планет. Они особенно интересны в связи с пониманием судьбы планетных систем на поздних стадиях эволюции звезд.

Планета Кеплер-91b, во-первых, является самой близкой к звезде среди планет у гигантов (<1.5 радиуса звезды над поверхностью). Звезда закрывает 10% неба!

Во-вторых, через <55 млн лет планета упадет на звезду.

# Статистика планет вокруг гигантов



Все надежные планеты вокруг гигантов вращаются не слишком близко к самой звезде.

Концентрация планет на орбитах 0.5-0.9 а.е. может быть связана с приливными эффектами.

Планеты массивны, и авторы выдвигают гипотезу, что масса планет могла расти за счет вещества звезды.

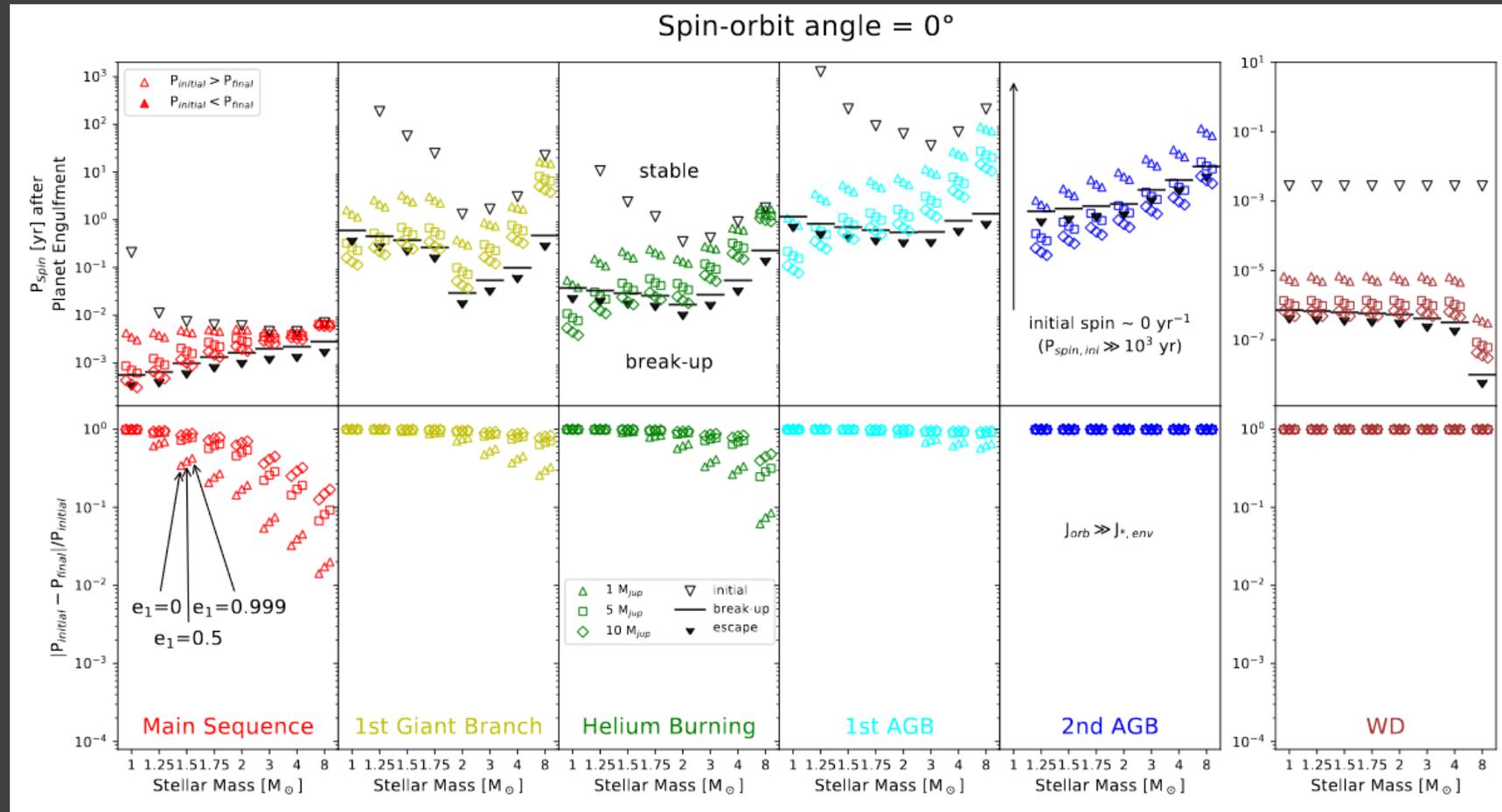
Орбиты более круглые — за счет взаимодействия.

# Planet consumption by evolved stars

- Bursts and ejections
- Spin up
- Chemical enrichment

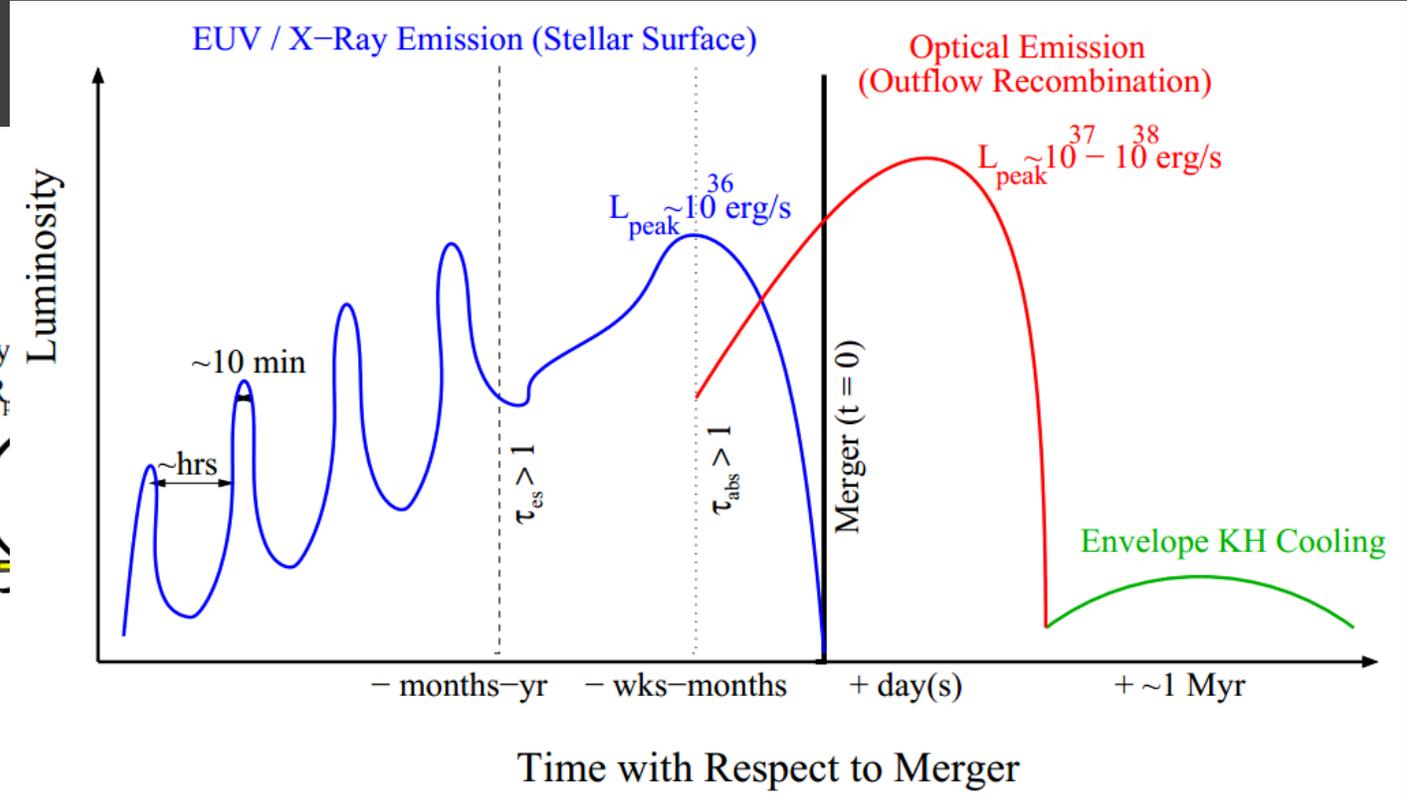
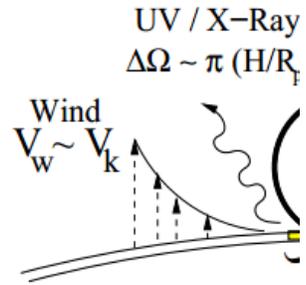
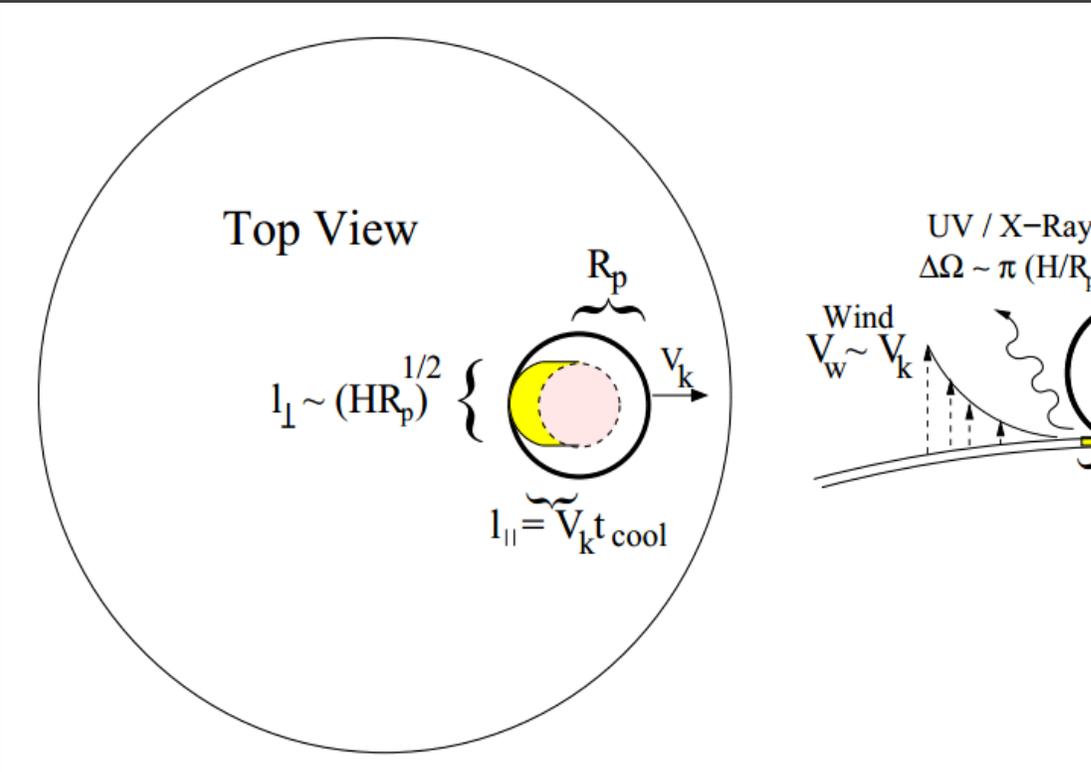
In the plot stellar spin up is shown for three planet masses: 1 M<sub>Jup</sub>, 5 M<sub>Jup</sub>, 10 M<sub>Jup</sub>.

The black lines mark the minimum spin periods possible before a star would begin to either lose surface material or be significantly inflated around its equator due to centrifugal forces.



# Слияния звезд и планет

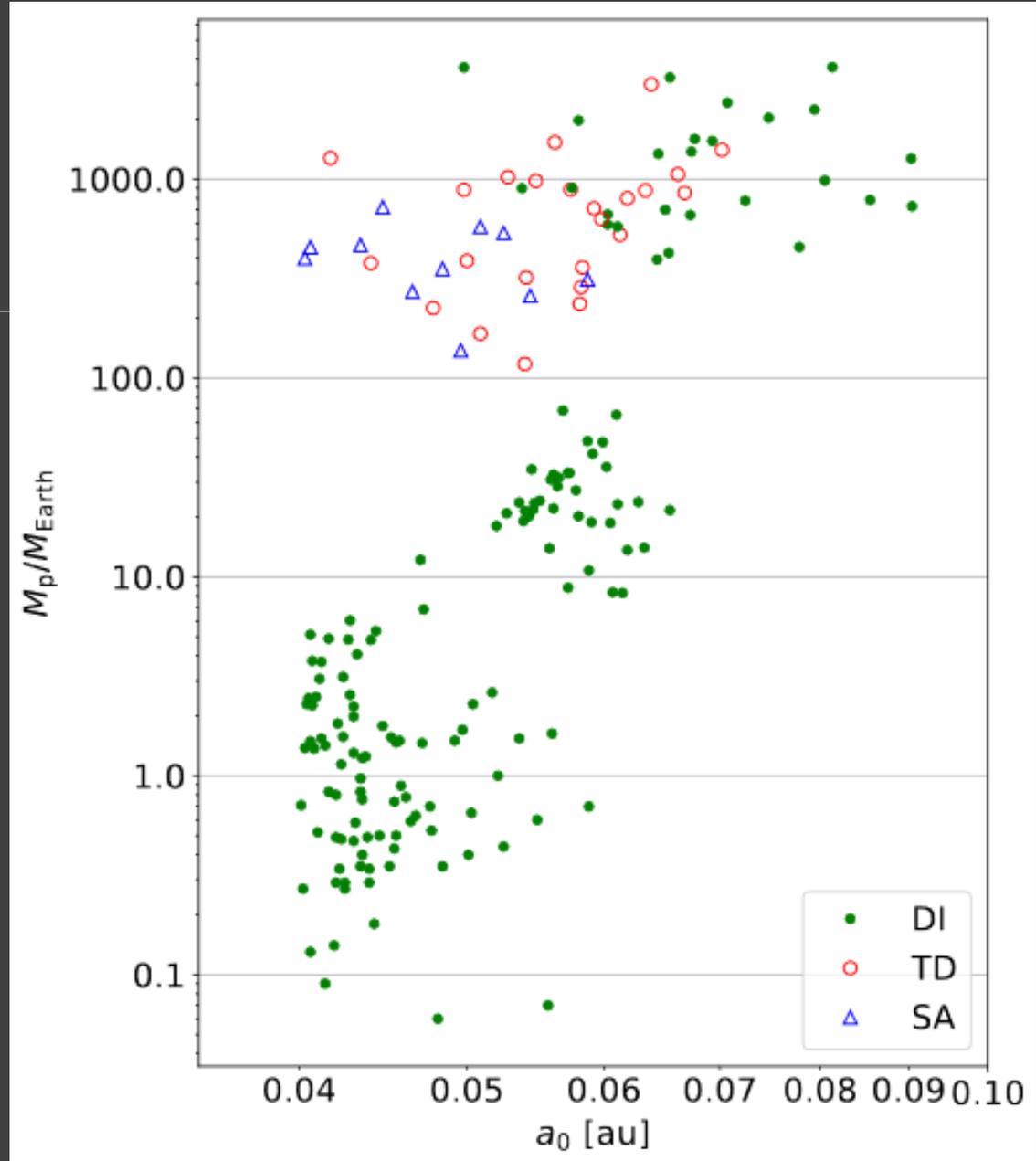
Раз в несколько лет в Галактике.



# New estimates

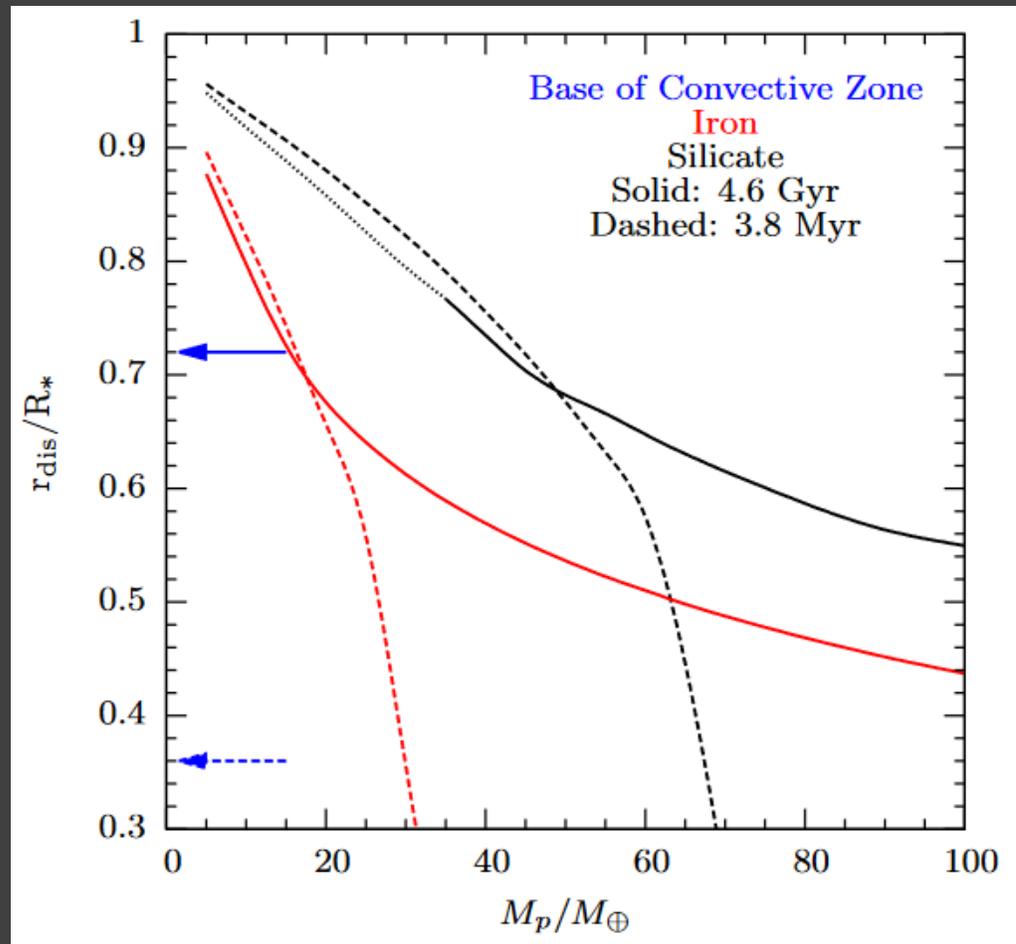
Coalescences happen often only with post-MS stars.  
Bright transients appear once in a century.

$\log Q'_\star$	Stellar evolutionary stage	Direct impact	Tidal disruption	Stable accretion	Bright transients
5.5	Main sequence	$1.2 \times 10^{-2}$	$2.0 \times 10^{-3}$	$5.1 \times 10^{-4}$	$0.3 \times 10^{-2}$
	Post-main sequence	2.93	$0.3 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$0.9 \times 10^{-2}$
	Total	2.95	$2.2 \times 10^{-3}$	$5.1 \times 10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-2}$
6.0	Main sequence	$8.3 \times 10^{-3}$	$1.0 \times 10^{-3}$	$1.6 \times 10^{-4}$	$0.2 \times 10^{-2}$
	Post-main sequence	2.94	$0.4 \times 10^{-3}$	$2.9 \times 10^{-6}$	$1.1 \times 10^{-2}$
	Total	<u>2.95</u>	$1.4 \times 10^{-3}$	$1.6 \times 10^{-4}$	<u><math>1.3 \times 10^{-2}</math></u>
6.5	Main sequence	$7.5 \times 10^{-3}$	$0.4 \times 10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-5}$	$0.2 \times 10^{-2}$
	Post-main sequence	2.94	$0.5 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$1.2 \times 10^{-2}$
	Total	2.95	$0.9 \times 10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-5}$	$1.4 \times 10^{-2}$
7.0	Main sequence	$6.9 \times 10^{-3}$	$0.05 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$0.08 \times 10^{-2}$
	Post-main sequence	2.94	$0.61 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$1.3 \times 10^{-2}$
	Total	2.95	$0.66 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$1.4 \times 10^{-2}$
7.5	Main sequence	$6.5 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$\lesssim 10^{-6}$	$0.03 \times 10^{-2}$
	Post-main sequence	2.95	$0.6 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$1.3 \times 10^{-2}$
	Total	2.95	$0.6 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$1.4 \times 10^{-2}$
8.0	Main sequence	$6.2 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$\lesssim 10^{-6}$	$0.01 \times 10^{-2}$
	Post-main sequence	2.94	$0.6 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$1.4 \times 10^{-2}$
	Total	2.95	$0.6 \times 10^{-3}$	$\lesssim 10^{-6}$	$1.4 \times 10^{-2}$



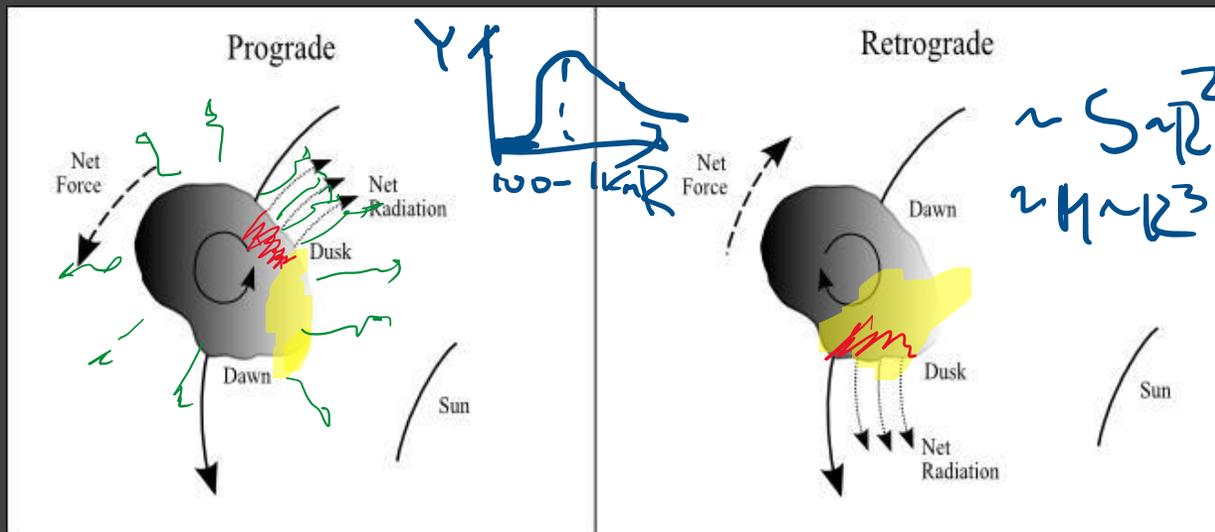
# Planet disruption

A dense planet that skipped the Roche lobe overflow is typically destroyed due to a global instability.

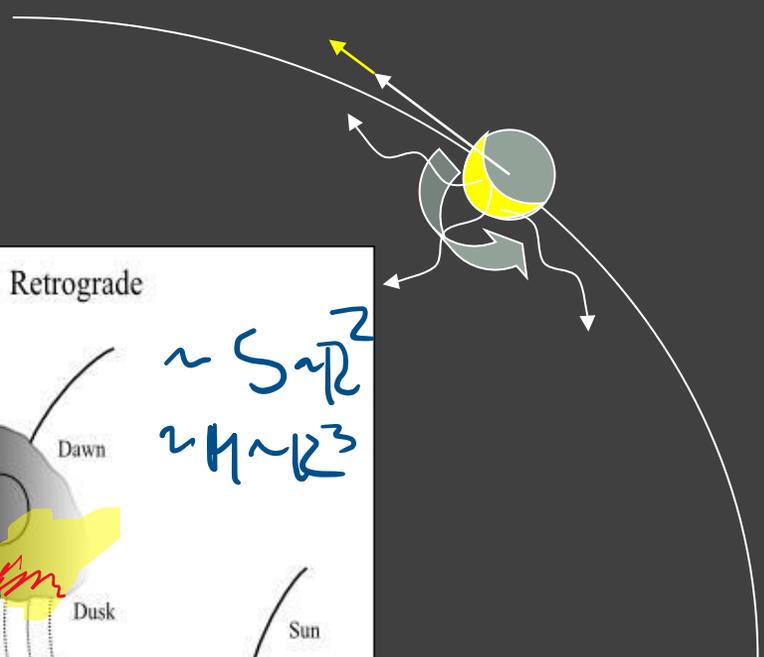


# Эффект Ярковского

При таком вращении горячая часть будет разгонять объект. Т.е., орбита будет раскручивающейся спиралью.



При обратном вращении тело будет тормозиться и приближаться к звезде.



# Stellar radiation

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{G(M_\star + M_{\text{SB}})}{r^3} r + \frac{A_{\text{SB}} L_\star}{4\pi M_{\text{SB}} c r^2} \left\{ \left(1 - \frac{v \cdot r}{cr}\right) \frac{r}{r} - \frac{v}{c} \right\}$$

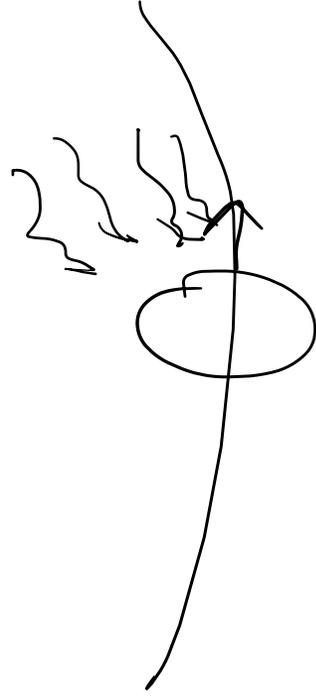
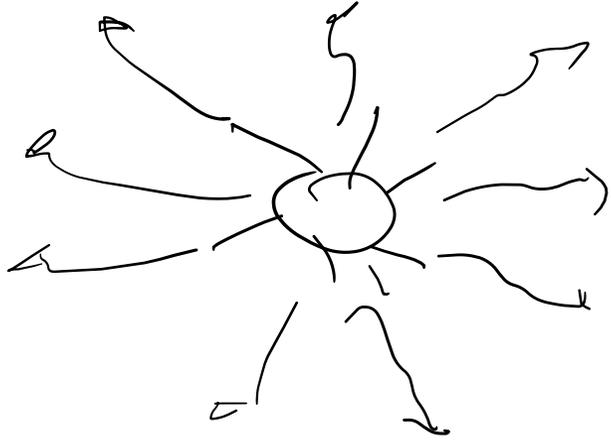
$F = \frac{L_\star}{4\pi r^2}$   
 $\frac{F}{c} \sim g_{\text{rad}}$

$$\times \left[ \underbrace{Q_{\text{abs}}}_{\text{red}} \mathbb{I} + \underbrace{Q_{\text{ref}}}_{\text{red}} \mathbb{I} + \left\{ \mathcal{H} \left( R_{\text{SB}} - \sqrt{\frac{K_{\text{SB}} P_{\text{SB}}^{(\text{spin})}}{\pi \rho_{\text{SB}} c_{\text{SB}}}} \right) \right\} w(Q_{\text{abs}} - Q_{\text{ref}}) \mathbb{Y} \right].$$

$\uparrow$

- Robertson-Poynting drag ✓✓
- Radiation pressure ✓✓
- Yarkovsky effect

Giant formation by itself influences small bodies, as the iceline is significantly shifted outwards.



↻



# Yarkovsky effect: how important

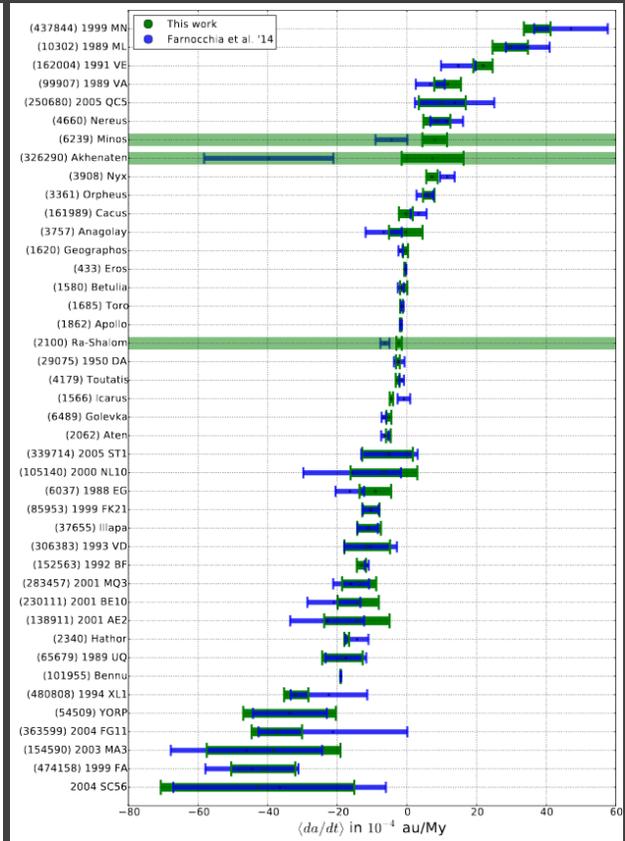
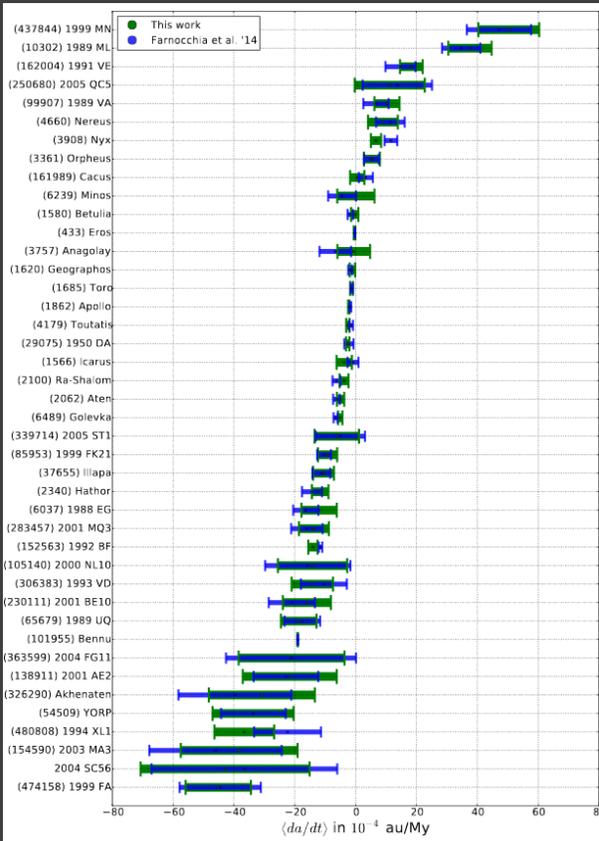
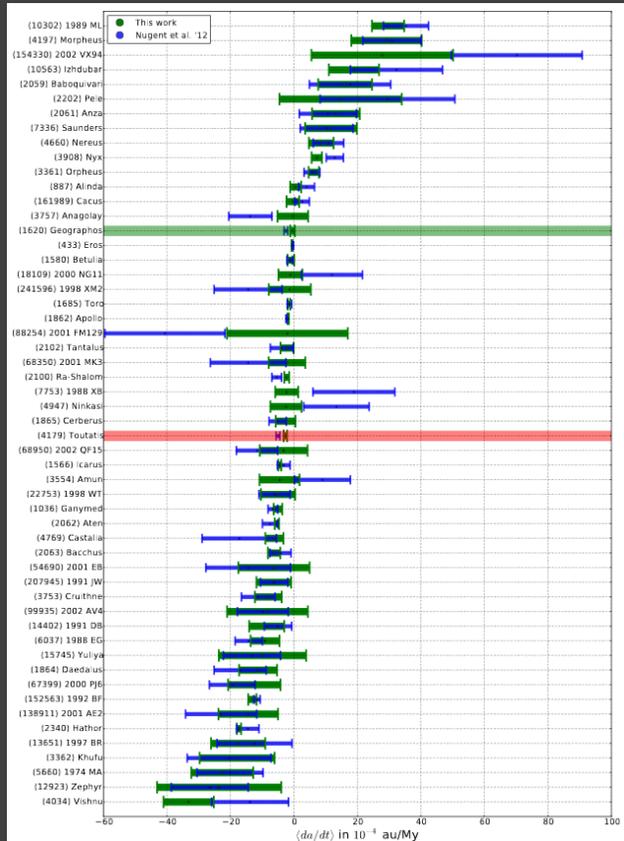
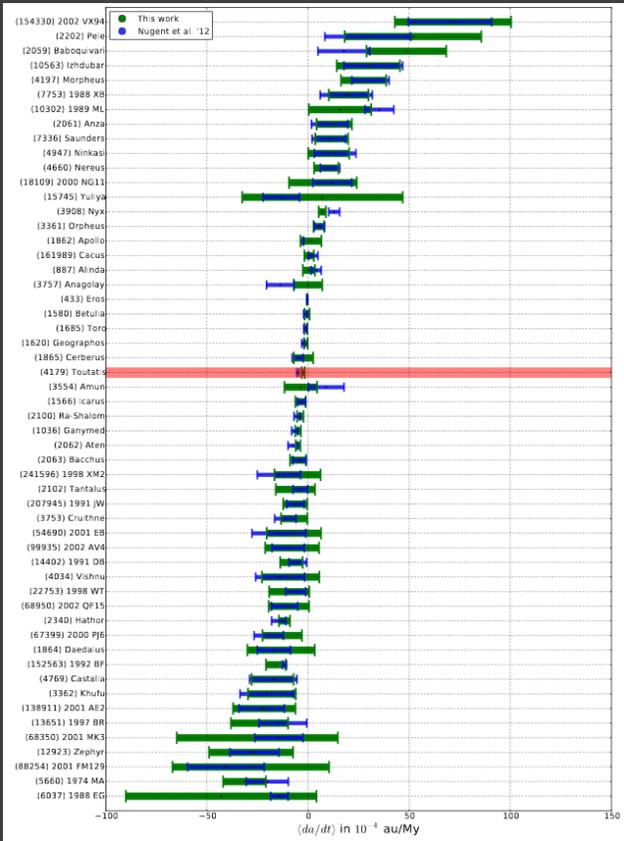
$$\left\langle \frac{de}{dt} \right\rangle^{\text{(Yarkovsky)}} = \mathcal{O} \left( \frac{1}{c} \frac{A_{\text{SB}} L_{\star}}{8\pi M_{\text{SB}} n a^3} \right) \sim \frac{0.08}{\text{Myr}} \left( \frac{M_{\star}}{1M_{\odot}} \right)^{-1/2} \left( \frac{\rho_{\text{SB}}}{2 \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1} \\ \times \left( \frac{R_{\text{SB}}}{1 \text{ km}} \right)^{-1} \left( \frac{a}{5 \text{ AU}} \right)^{-3/2} \left( \frac{L_{\star}}{10^3 L_{\odot}} \right)$$

$$\left\langle \frac{de}{dt} \right\rangle^{\text{(PR+rp)}} = \mathcal{O} \left( \frac{1}{c^2} \frac{5A_{\text{SB}} L_{\star}}{8\pi M_{\text{SB}} a^2} \right) \sim \frac{1.8 \times 10^{-5}}{\text{Myr}} \left( \frac{\rho_{\text{SB}}}{2 \text{ g cm}^{-3}} \right)^{-1} \\ \times \left( \frac{R_{\text{SB}}}{1 \text{ km}} \right)^{-1} \left( \frac{a}{5 \text{ AU}} \right)^{-2} \left( \frac{L_{\star}}{10^3 L_{\odot}} \right).$$

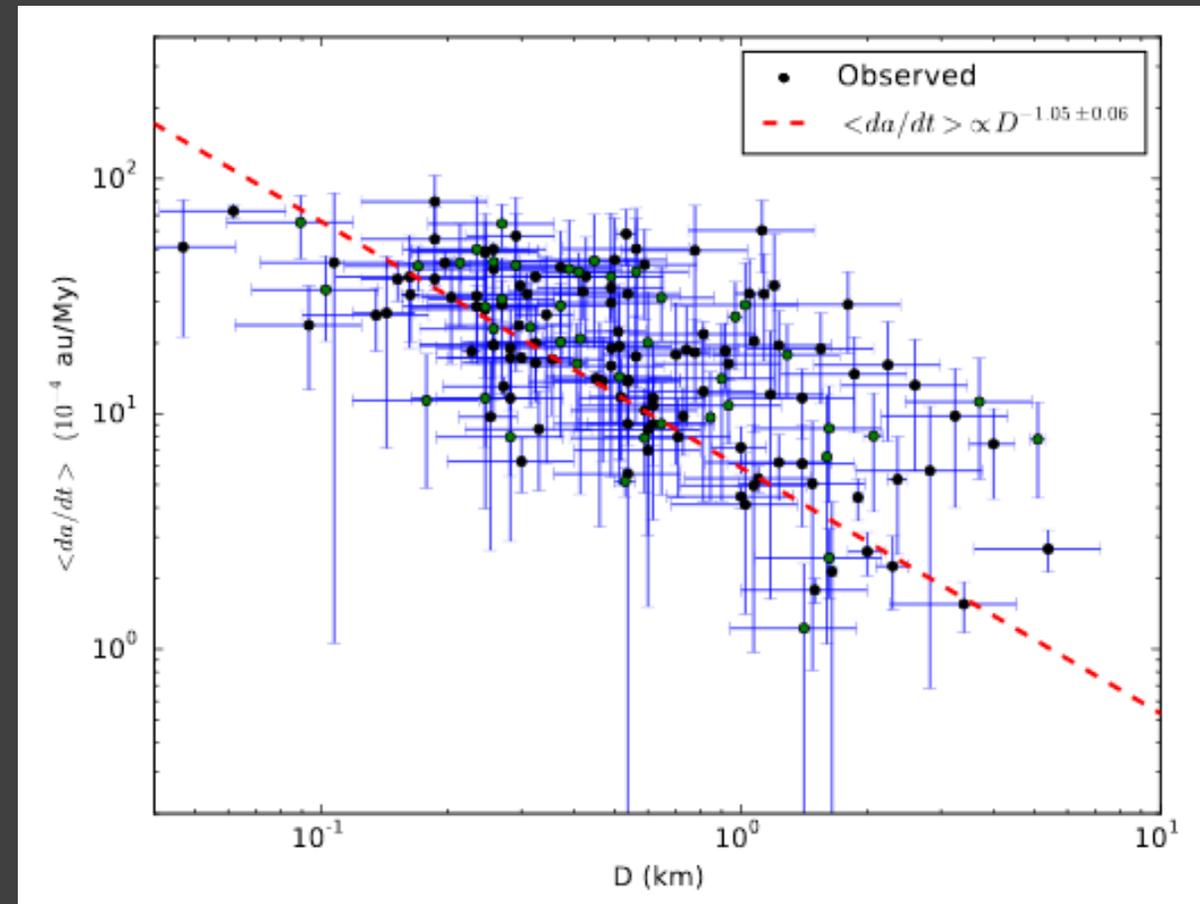
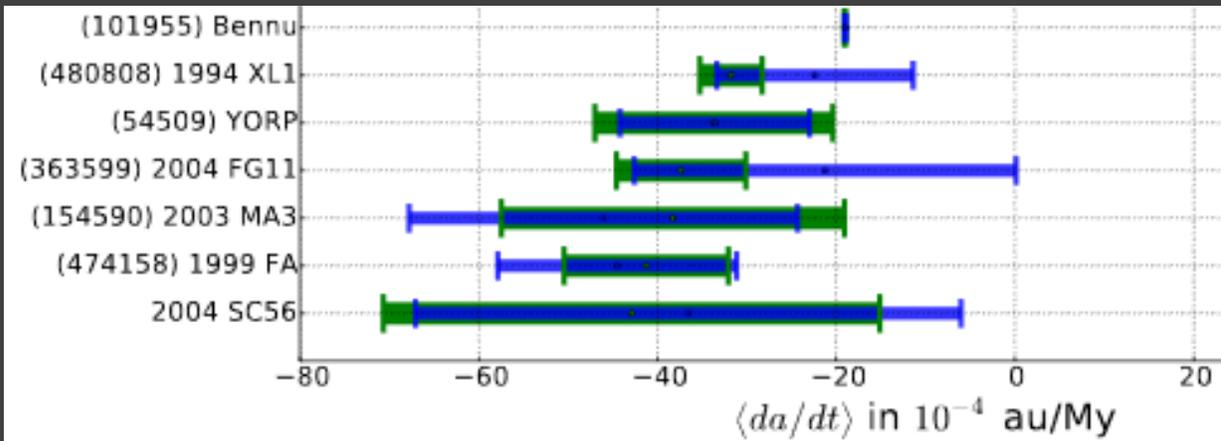
But note, that Yarkovsky effect is not working for small bodies!

# Yarkovsky effect measurements

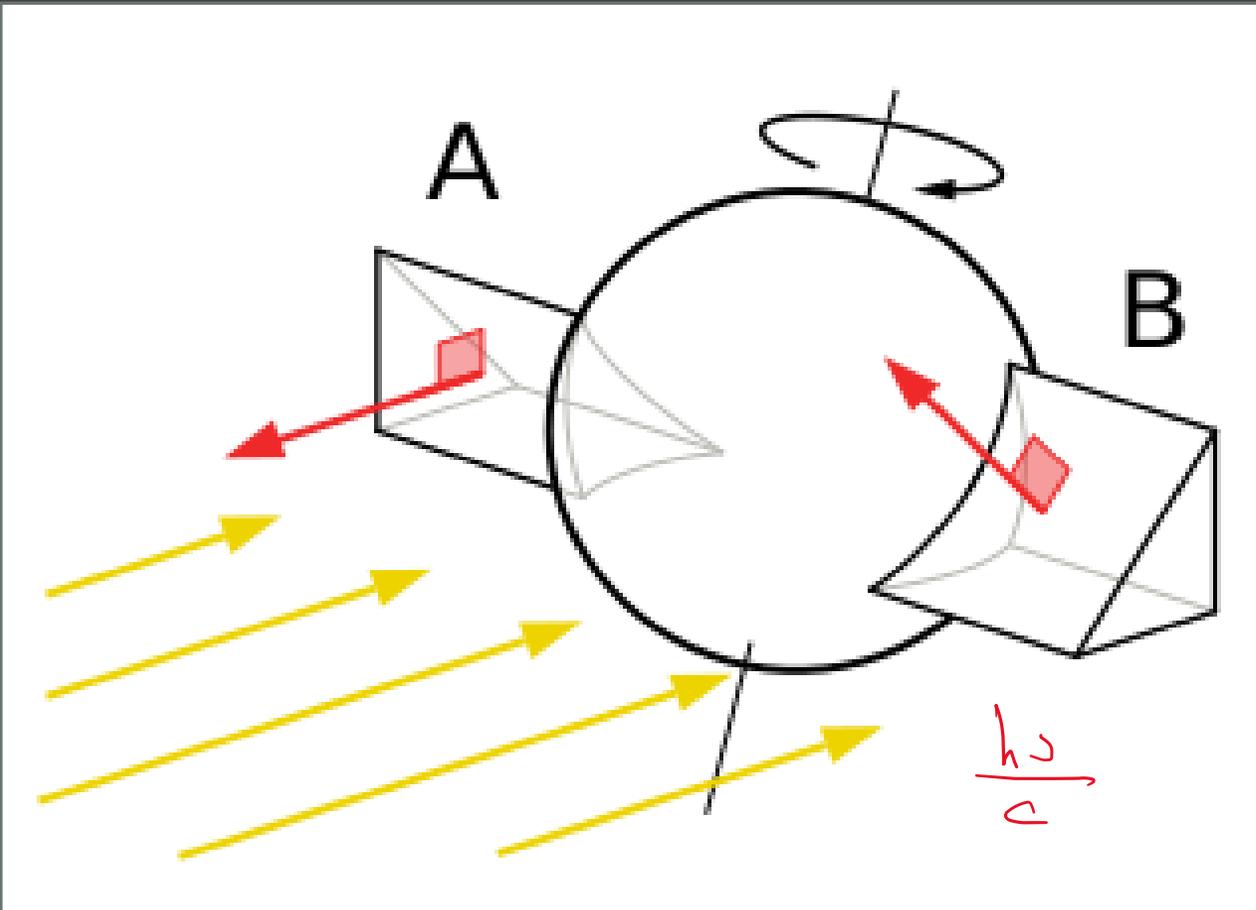
159 asteroids



# Average drift and a fitting formula for it



# YORP effect



$$\left\langle \frac{ds_{\text{SB}}}{dt} \right\rangle = \frac{j}{2\pi\rho_{\text{SB}}R_{\text{SB}}^2} \left( \frac{1}{a^2\sqrt{1-e^2}} \right) \left( 10^{17} \text{ kg m s}^{-2} \frac{L_{\star}}{L_{\odot}} \right),$$

$$\underline{s_{\text{crit}}} = 2\pi \sqrt{\frac{G\rho_{\text{SB}}}{3\pi}} = 7.48 \times 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \left( \frac{\rho_{\text{SB}}}{2 \text{ g cm}^{-3}} \right)^{1/2}$$

$$[s] = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{V}{2\pi R^2} \left( \frac{f}{a^2 \sqrt{1-e^2}} \right)$$

$$V = 0.001 \div 0.01$$



$$\frac{h_0}{c}$$

f - cuna

$$f = \frac{L}{L_0} f_0 \rightarrow \text{Lae}$$

F - wave

$$\frac{d(I\omega)}{dt} \sim \frac{F \cdot R^2}{c} \cdot R$$

$$I \sim \mu R^2 \quad f \sim F \cdot a^2 \quad [a] = \text{ae}$$

$$\mu R^2 \frac{d\omega}{dt} \sim \frac{F}{c} R^2 \cdot R$$

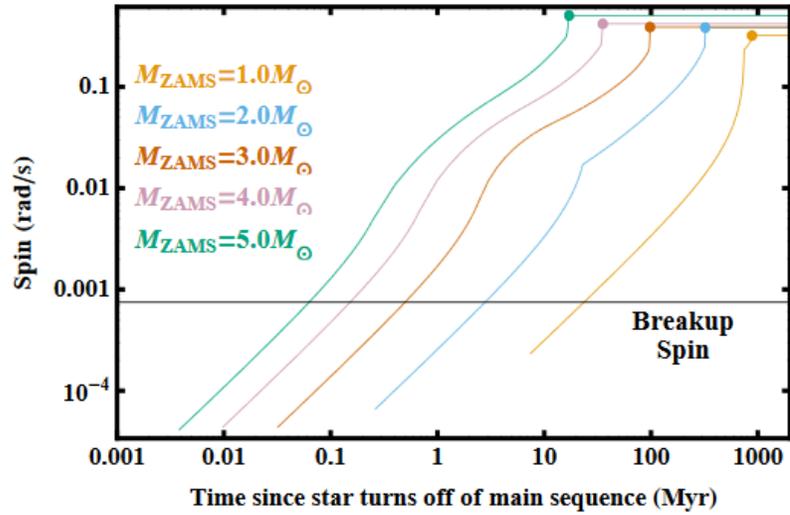
$$\mu \sim \rho R^3$$

$$\rho R^3 R^2 \frac{d\omega}{dt} \sim \frac{F}{c} R^2 \cdot R$$

$$\frac{d\omega}{dt} \sim \frac{F}{c \cdot \rho R^2}$$

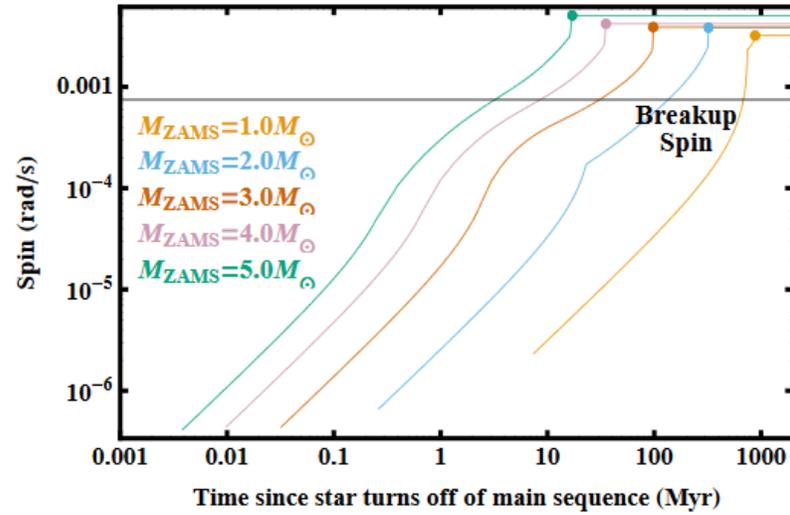
Spin evolution during giant branch phases

$a_0 = 3.0 \text{ au}$ ,  $e = 0.00$ ,  $Y = 0.01$ ,  $R = 1 \text{ km}$ ,  $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$

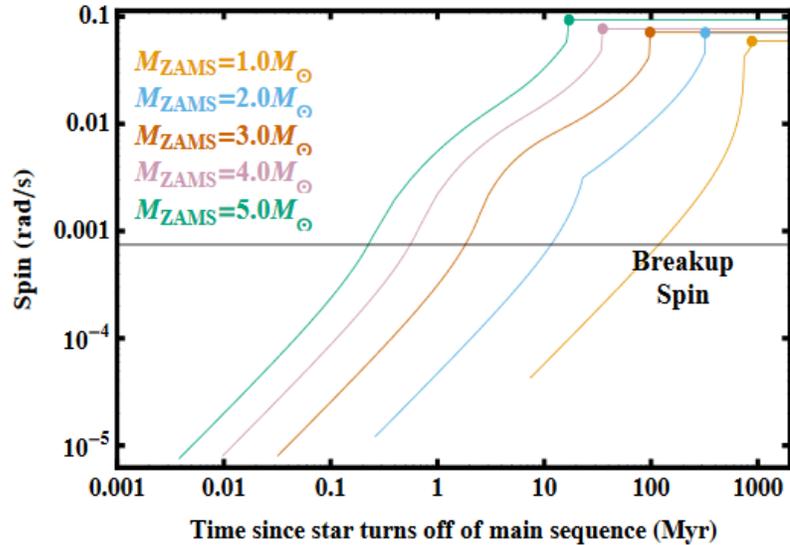


Spin evolution during giant branch phases

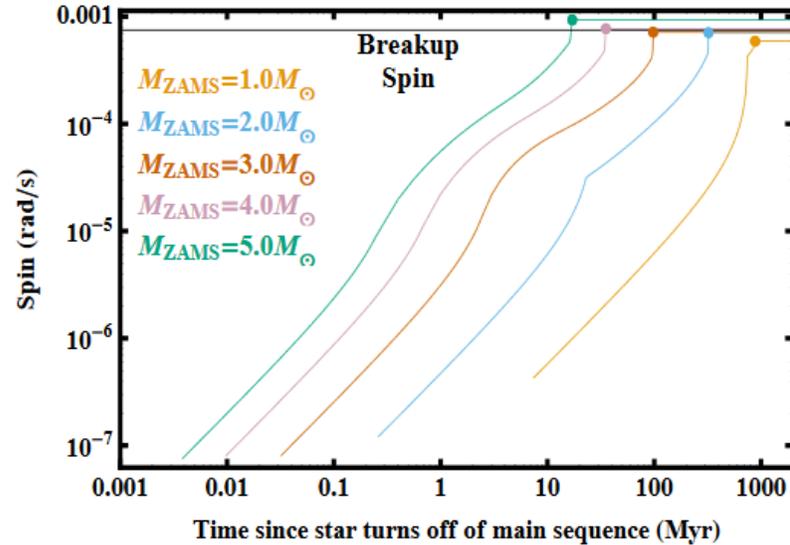
$a_0 = 3.0 \text{ au}$ ,  $e = 0.00$ ,  $Y = 0.01$ ,  $R = 10 \text{ km}$ ,  $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$



$a_0 = 7.0 \text{ au}$ ,  $e = 0.00$ ,  $Y = 0.01$ ,  $R = 1 \text{ km}$ ,  $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$

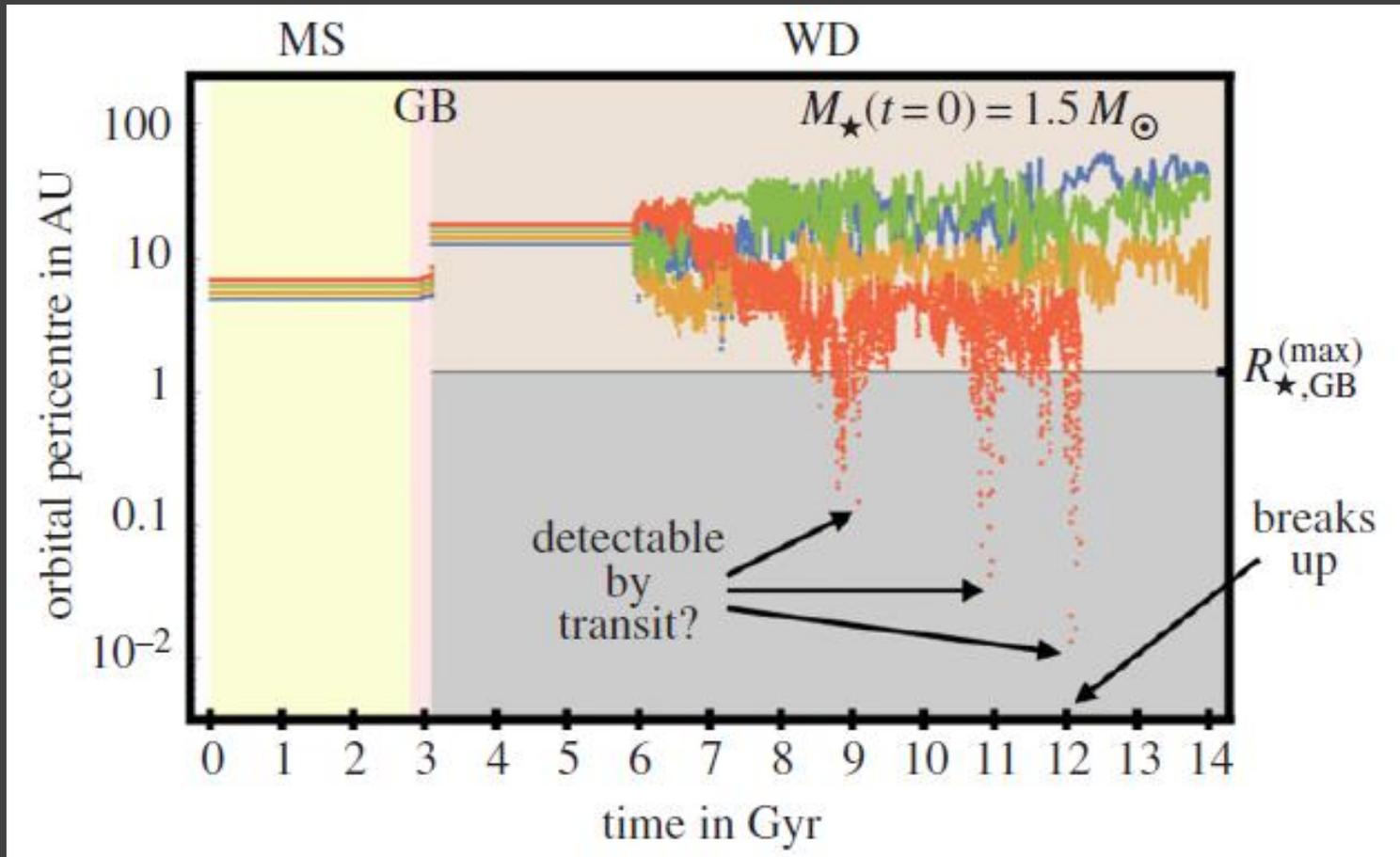


$a_0 = 7.0 \text{ au}$ ,  $e = 0.00$ ,  $Y = 0.01$ ,  $R = 10 \text{ km}$ ,  $\rho = 2 \text{ g/cm}^3$



Interaction of asteroids experiencing Yarkovsky effect with planets during the asymptotic giant stage can result in complications of the orbital behavior. See 1902.02795.

# Instability after a WD formation

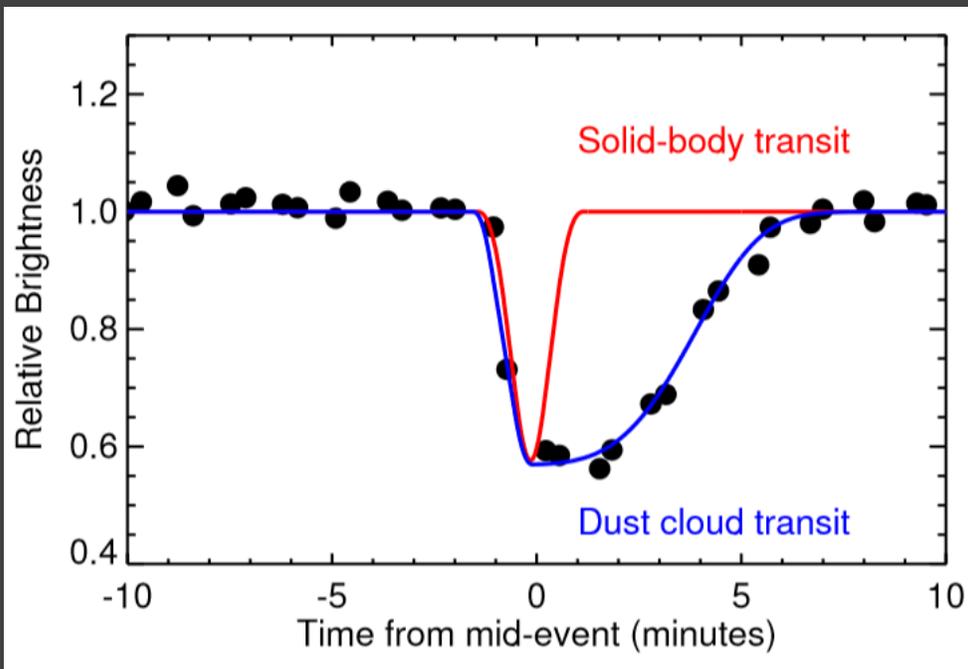


Four terrestrial mass planets.

The systems becomes unstable few Gyrs after a WD formation.

About dynamics of small bodies around WDs see 1908.04612.

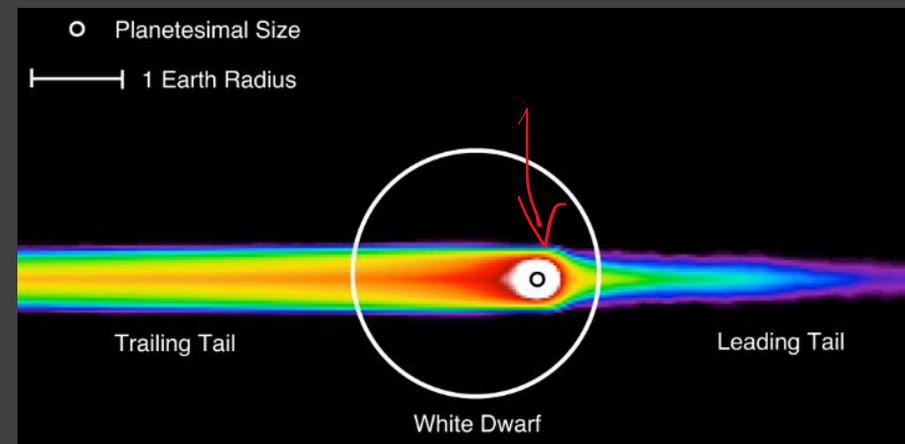
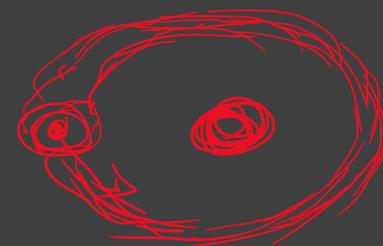
# Разрушение планеты белым карликом



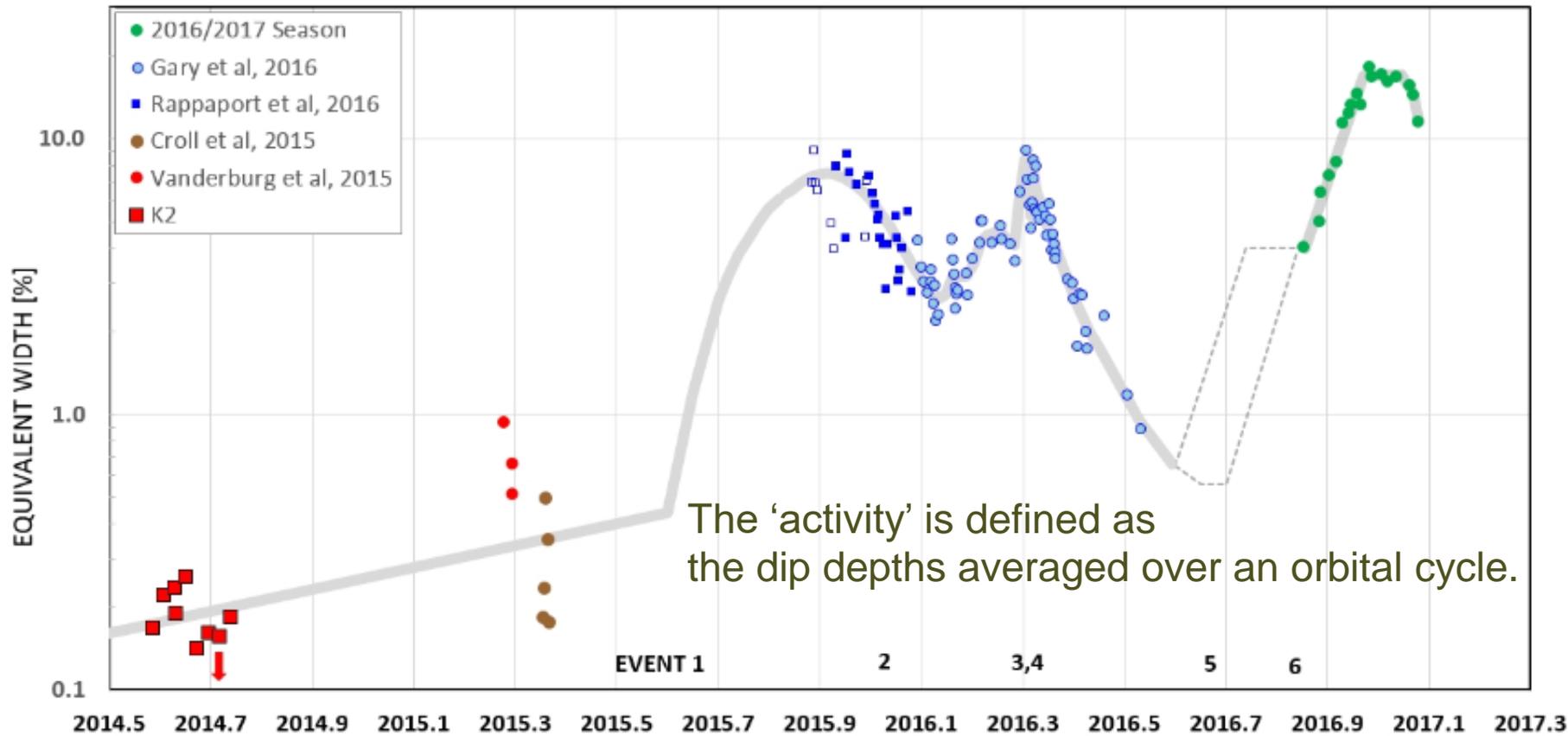
See a review on this source in arXiv: [1804.01997](https://arxiv.org/abs/1804.01997)

Удалось пронаблюдать транзиты газопылевых облаков. Кроме того, видны аномалии в спектре белого карлика.

Наиболее вероятно, что было разорвано тело планетной массы. Хотя, может быть, и несколько тел типа крупных астероидов.



# “Activity” of WD 1145+017



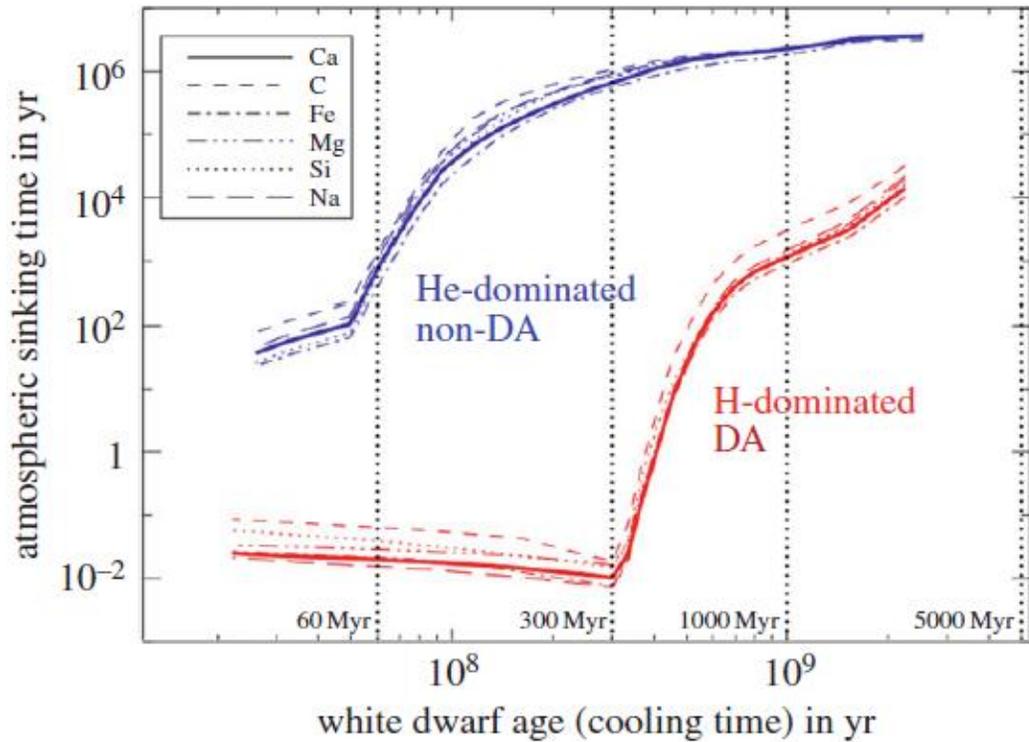
Origin of dust:

- sublimation of small bodies;
- dust production in collisions;
- asymmetry of a dust ring.

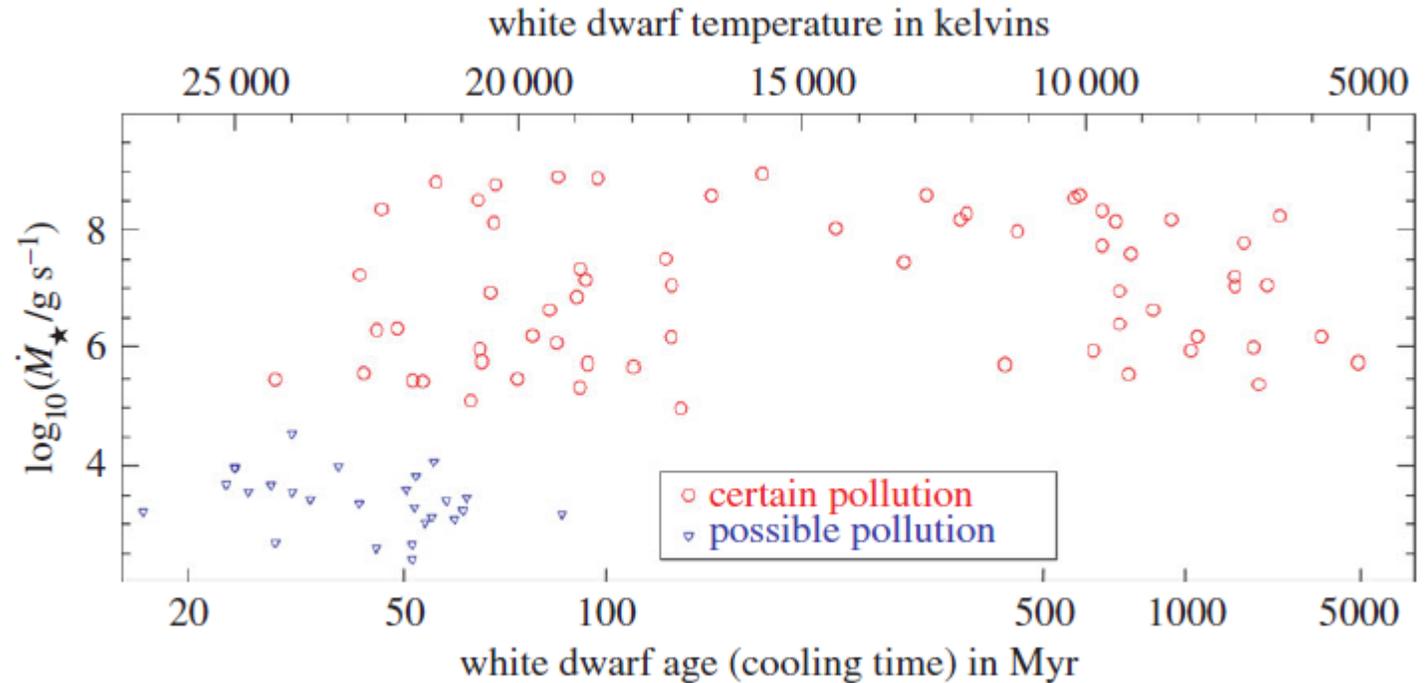
(The last one is less probable.)

In addition to dust discs sometimes gas discs are also observed:  
2002.01936, 2010.03695.

# WD pollution and sinking of the accreted matter



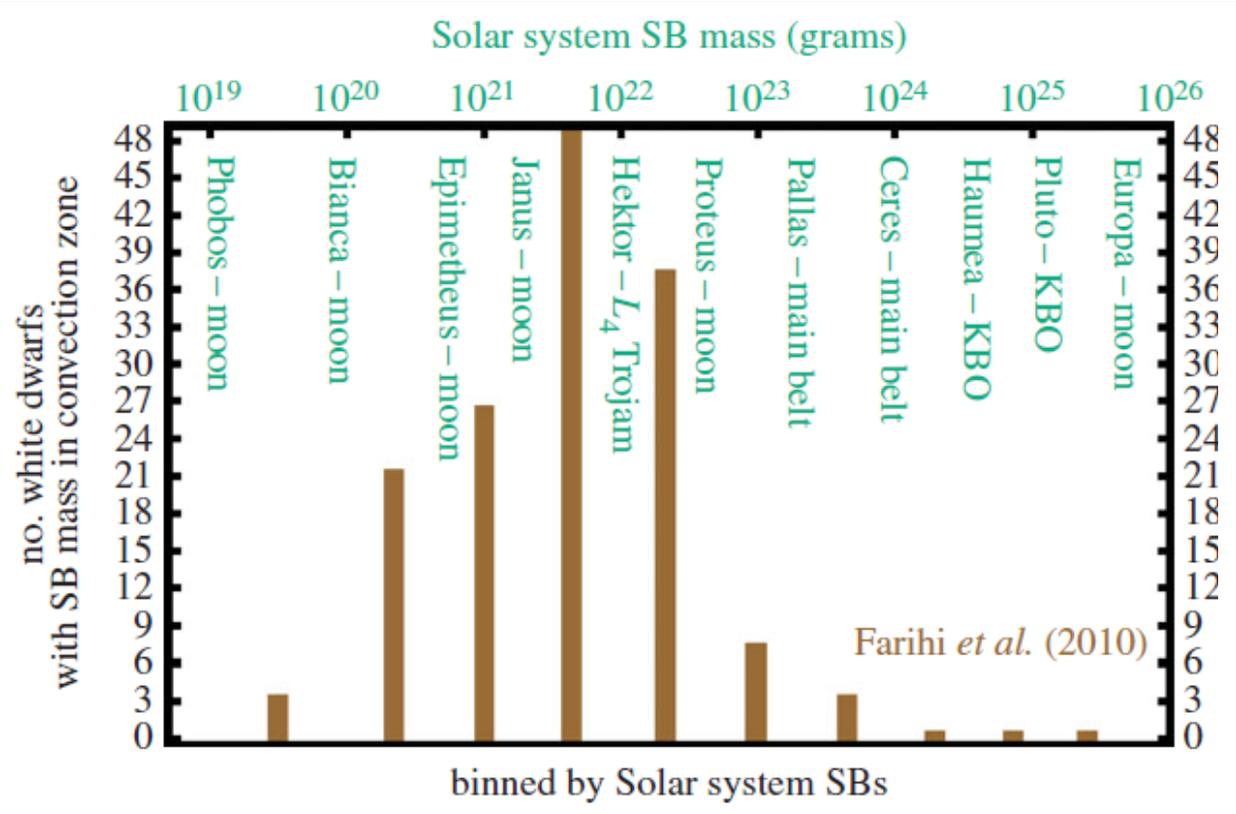
To support significant amount of heavy elements in a WD atmosphere it is necessarily to accrete matter continuously.  
The amount of accreted matter can be estimated from spectral data.



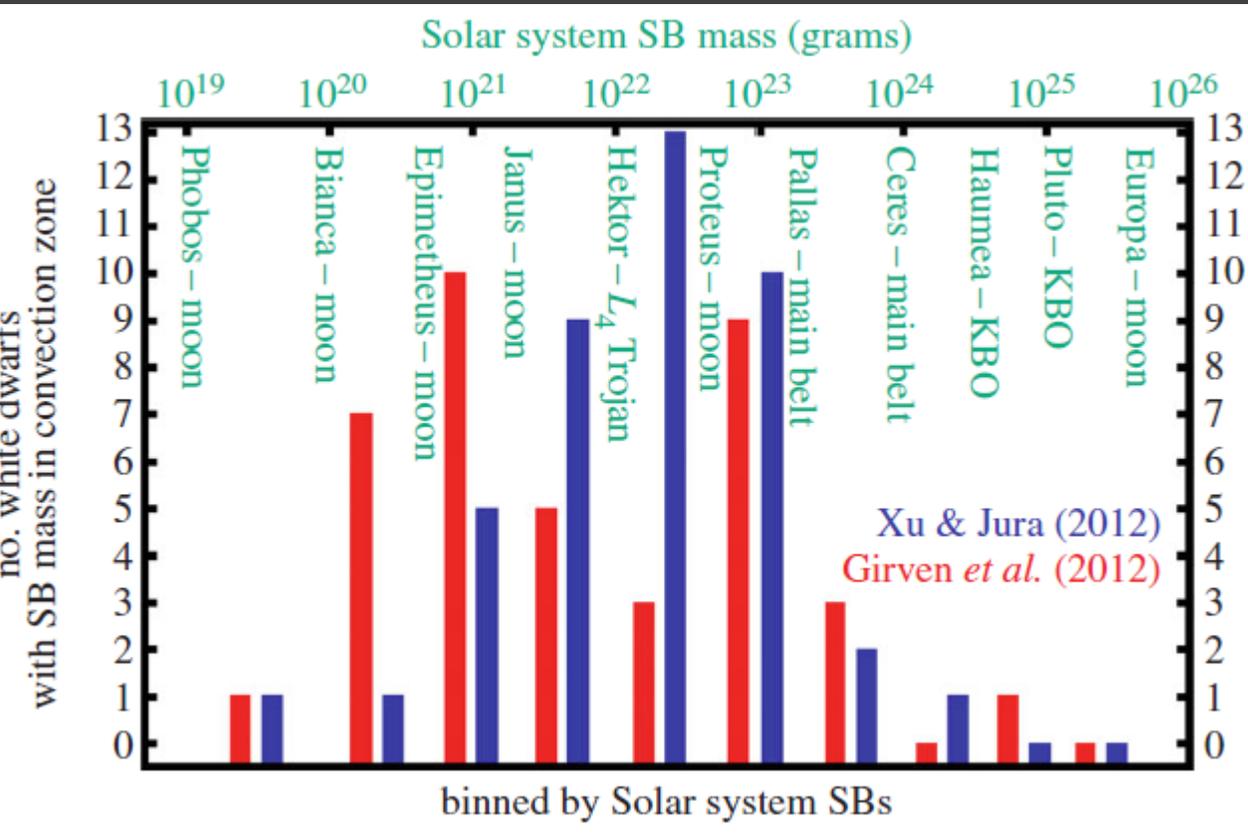
Accreted heavy elements rapidly sink down.

# How much did these WDs accreted ?

Accretion integrated over ~ Myr period

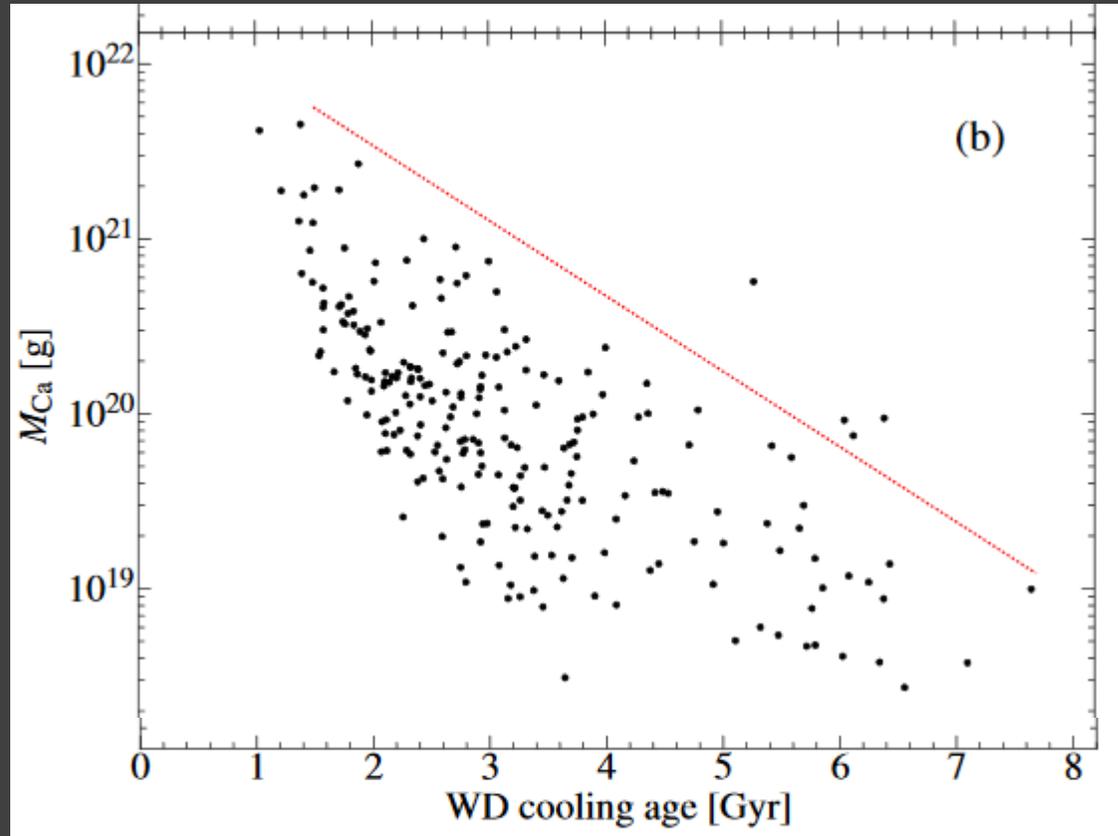


Ca line. Assumed that calcium represents 1.6% of matter.



# Evolution of accretion rate

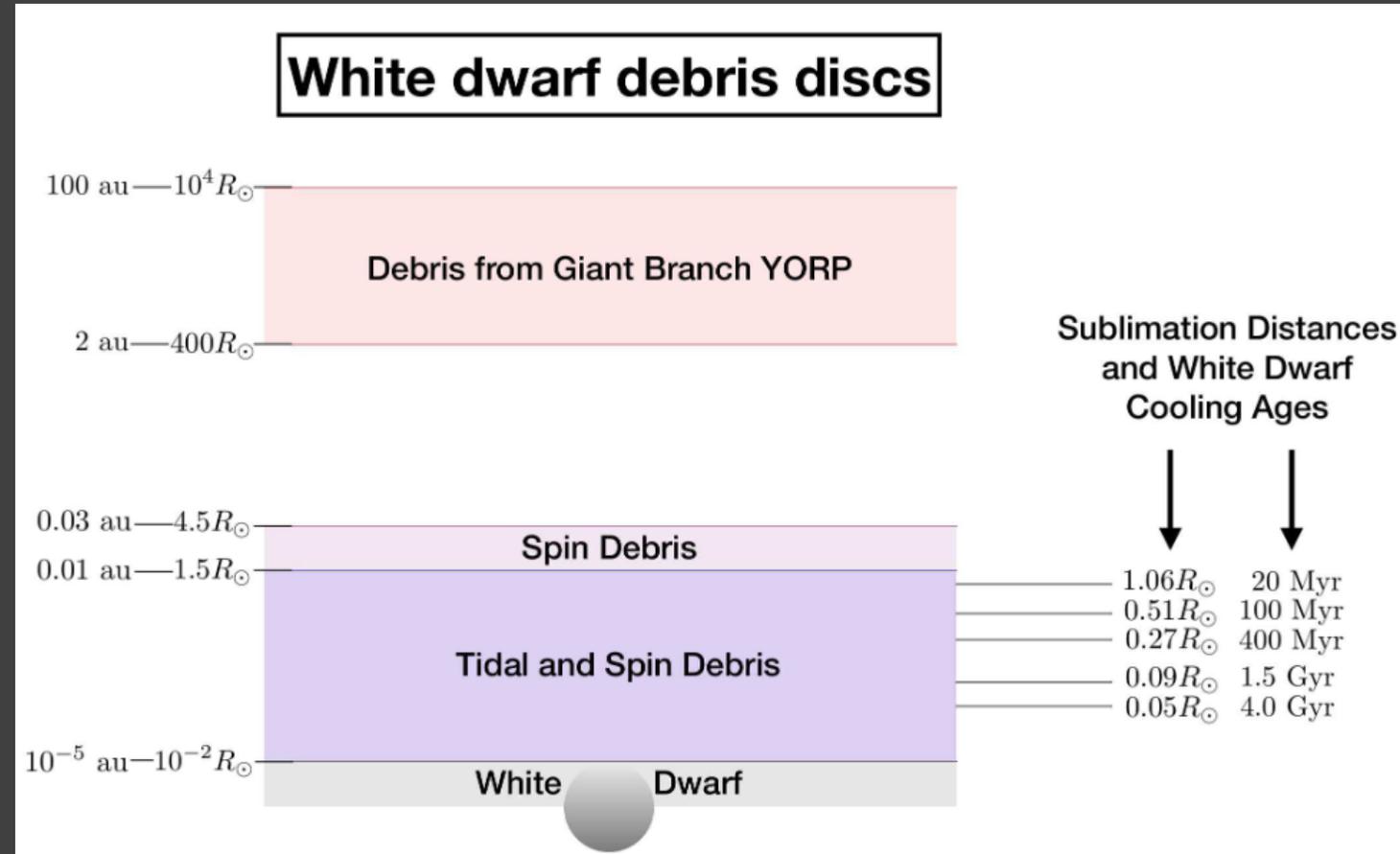
Accretion rate decreases with time.  
Characteristic time scale of the decay  
is  $\sim 1$  Gyr.



# Why WDs with discs and planets are important?

They can allow to probe

1. Planet formation around massive stars, as direct searches are complicated (2001.08757).
2. Post-MS evolution of planetary systems, as direct observations are not easy and the stage is relatively short.



# A planet around a WD

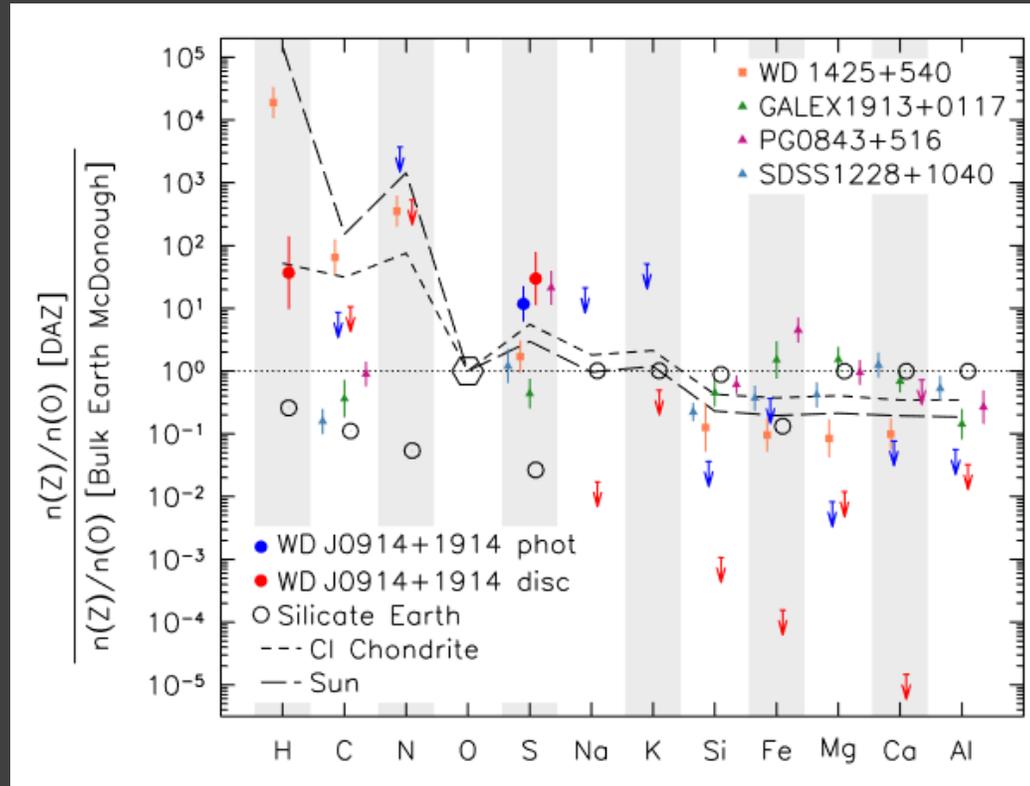
WD J0914+1914

Chemical composition of the disc is compatible with deep layers of an atmosphere of a Neptune-like planet.

Matter can be provided by an evaporating planet at 15 solar radii orbit.

Accretion rate  $\sim 10^9$  g/s compatible with expected rate of photoevaporation.

Other planets might exist in the system.



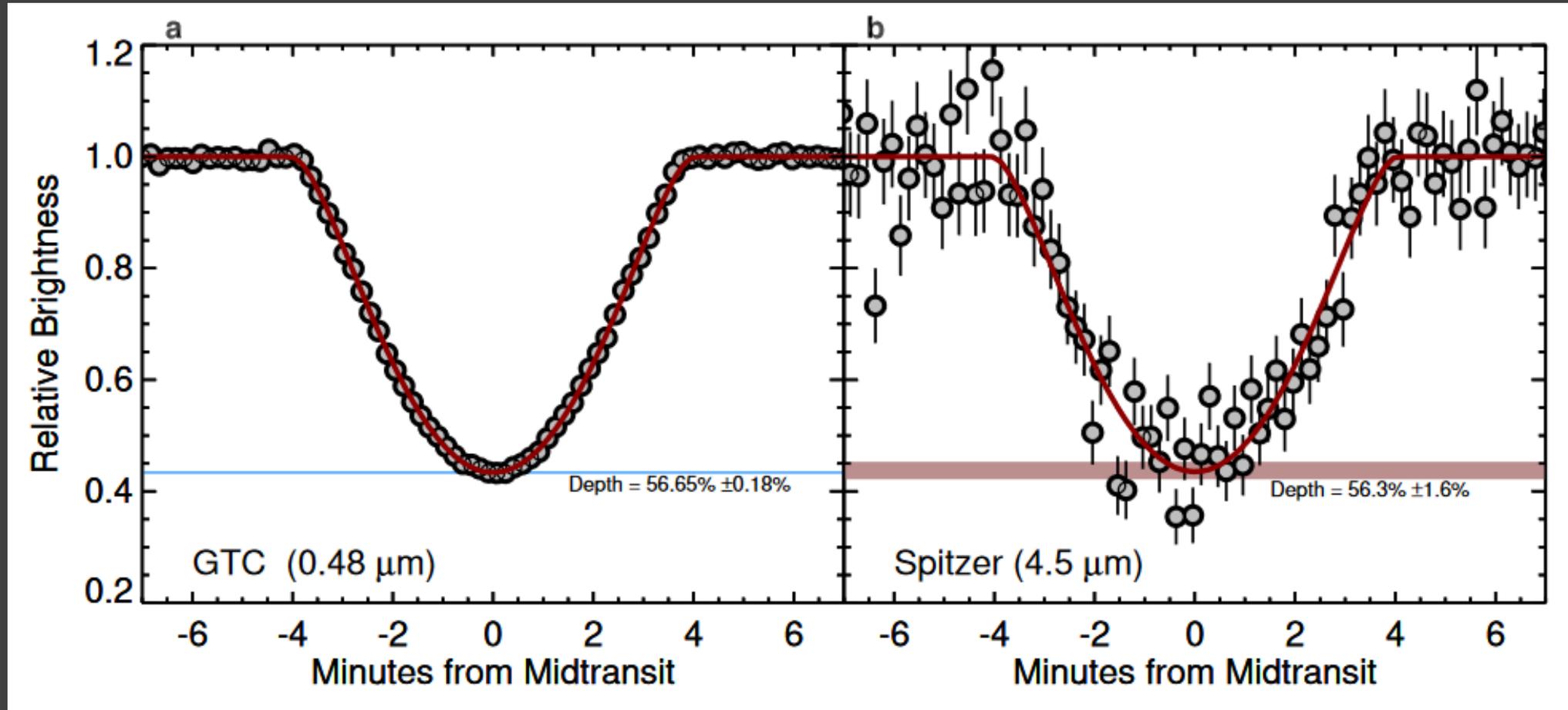
In near future many planets around WDs can be found with LSST (see 1809.10900 and 1810.00776)

# Giant planet around a WD

Porb=1.4 days

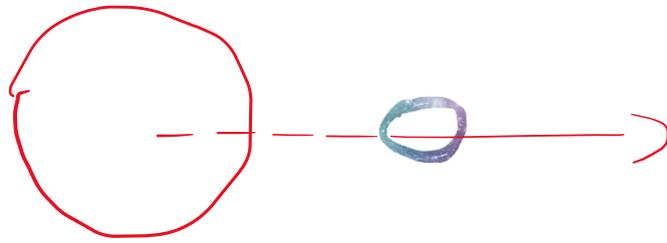
Old WD

Grazing transit

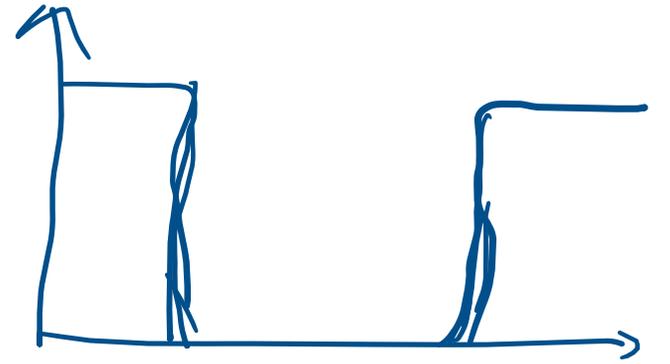




$$P_r = \frac{P_x + R_{SB}}{a}$$



$$\frac{He \cdot \sin w}{1 - e^2} \sim 10^{-2} \frac{P_x + R_{SB}}{10^4}$$



# Planets around neutron stars

How to form:

- Survived planet
- Fall-back disc
- Evaporation of a companion
- Tidal disruption of a companion

See a detailed discussion about planet formation around NSs in Martin et al. (2016) arXiv: 1609.06409.

$$a^{(\text{NS})} = \left[ a^{(\text{MS})} \frac{M_{\star}^{(\text{NS})} + M_{\text{SB}}}{M_{\star}^{(\text{MS})} + M_{\text{SB}}} \right]$$

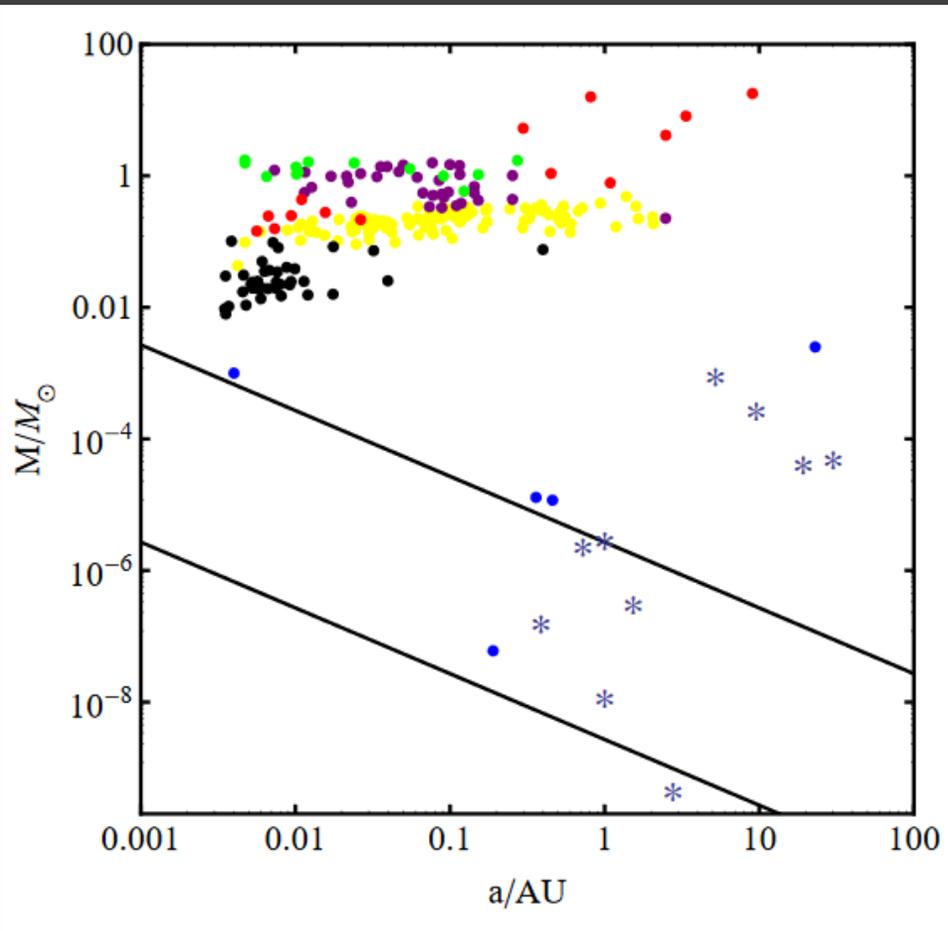
$$\times \left[ 1 - \frac{2(1 + e^{(\text{MS})} \cos f^{(\text{MS})})}{1 - e^{(\text{MS})^2}} \left( \frac{M_{\star}^{(\text{MS})} - M_{\star}^{(\text{NS})}}{M_{\star}^{(\text{MS})} + M_{\text{SB}}} \right) - \frac{a^{(\text{MS})}(v^{(\text{NS})^2} - v^{(\text{MS})^2})}{G(M_{\star}^{(\text{MS})} + M_{\text{SB}})} \right]^{-1}$$

$$e^{(\text{NS})^2} = 1 - (1 - e^{(\text{MS})^2})$$

$$\times \left[ \frac{M_{\star}^{(\text{NS})} + M_{\text{SB}}}{M_{\star}^{(\text{MS})} + M_{\text{SB}}} \right]^{-2} \left[ 1 - 2 \left( \frac{M_{\star}^{(\text{MS})} - M_{\star}^{(\text{NS})}}{M_{\star}^{(\text{MS})} + M_{\text{SB}}} \right) \left( \frac{1 + e^{(\text{MS})} \cos f^{(\text{MS})}}{1 - e^{(\text{MS})^2}} \right) \right]$$

$$M_{\star}^{(\text{MS})} - M_{\star}^{(\text{NS})} > \left[ \frac{M_{\star}^{(\text{MS})} + M_{\text{SB}}}{2} \right] \left( \frac{1 - e^{(\text{MS})^2}}{1 + e^{(\text{MS})} \cos f^{(\text{MS})}} \right) \left( 1 - \frac{a^{(\text{MS})}(v^{(\text{NS})^2} - v^{(\text{MS})^2})}{G(M_{\star}^{(\text{MS})} + M_{\text{SB}})} \right)$$

# Компаньоны радиопульсаров: обычные звезды, нейтронные звезды, планеты, остатки чего-то и белые карлики



Красные – звезды,  
 зеленые – НЗ,  
 фиолетовые – белые карлики  
 (CO и NeOMg),  
 Желтые – гелиевые БК,  
 синие – планеты,  
 черные – маломассивные  
 тела, видимо,  
 являющиеся  
 остатками  
 разрушения  
 компаньонов,  
 «снежинки» – планеты  
 Солнечной  
 системы.

$$M_{\text{planet}} \sin(i) \approx 0.90 \left( \frac{\tau_{\text{pl}}}{1 \text{ ms}} \right) \left( \frac{a}{1 \text{ AU}} \right)^{-1} M_{\oplus}$$

Для нормальных  $\tau_{\text{pl}}=1 \text{ ms}$ ,  
 для миллисекундных –  $1 \mu\text{s}$ .

# Первые планеты вокруг пульсара

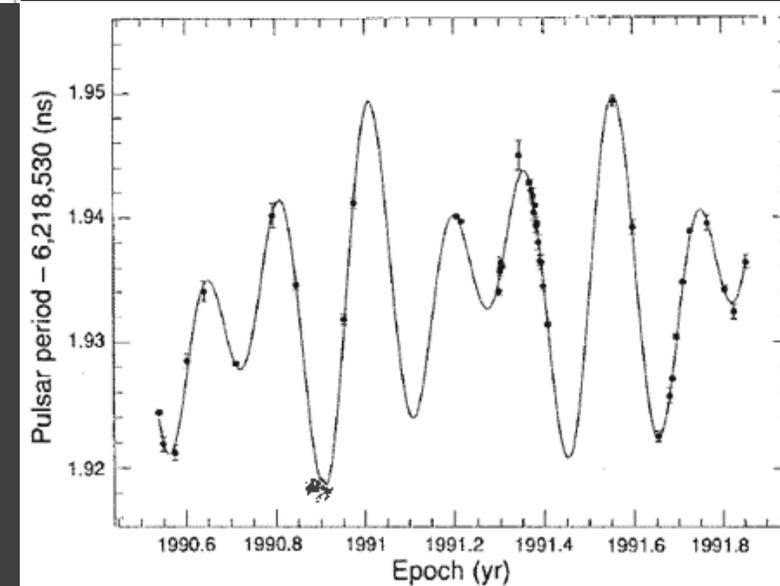
Companion (in order from star)	Mass	Semimajor axis (AU)	Orbital period (days)	Eccentricity	Inclination
<b>A (b / Draugr)</b>	$0.020 \pm 0.002 M_{\oplus}$	0.19	$25.262 \pm 0.003$	0.0	$\sim 50^{\circ}$
<b>B (c / Poltergeist)</b>	$4.3 \pm 0.2 M_{\oplus}$	0.36	$66.5419 \pm 0.0001$	$0.0186 \pm 0.0002$	$53^{\circ}$
<b>C (d / Phobetor)</b>	$3.9 \pm 0.2 M_{\oplus}$	0.46	$98.2114 \pm 0.0002$	$0.0252 \pm 0.0002$	$47^{\circ}$

Не исключено, то этот пульсар молодой, а не раскрученный!  
Это важно для выбора механизма формирования планет

## Wolszczan & Frail (1992)

Прецизионные измерение времени прихода импульсов пульсара позволили выявить неоднородности, связанные с присутствием трех легких планет в этой системе.

Орбиты планет лежат примерно в одной плоскости.



# Вокруг пульсара

## PSR B1620-26

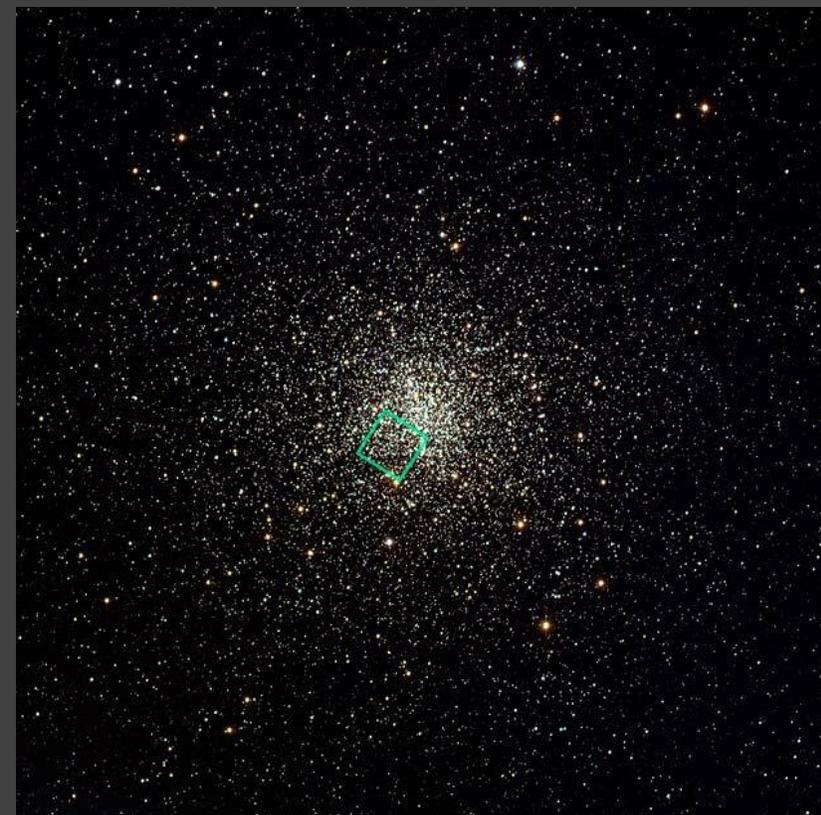
Старый миллисекундный пульсар с периодом 0.011 мсек.

Пульсар (нейтронная звезда) в паре с белым карликом. Вокруг этой пары крутится планета с массой 2.5 массы Юпитера.

Предполагается, что планета со звездой были захвачены нейтронной звездой в двойной системе. Партнер нейтронной звезды был вышвырнут. Затем оставшаяся звезда превратилась в белого карлика, и сформировалась наблюдаемая сейчас система.



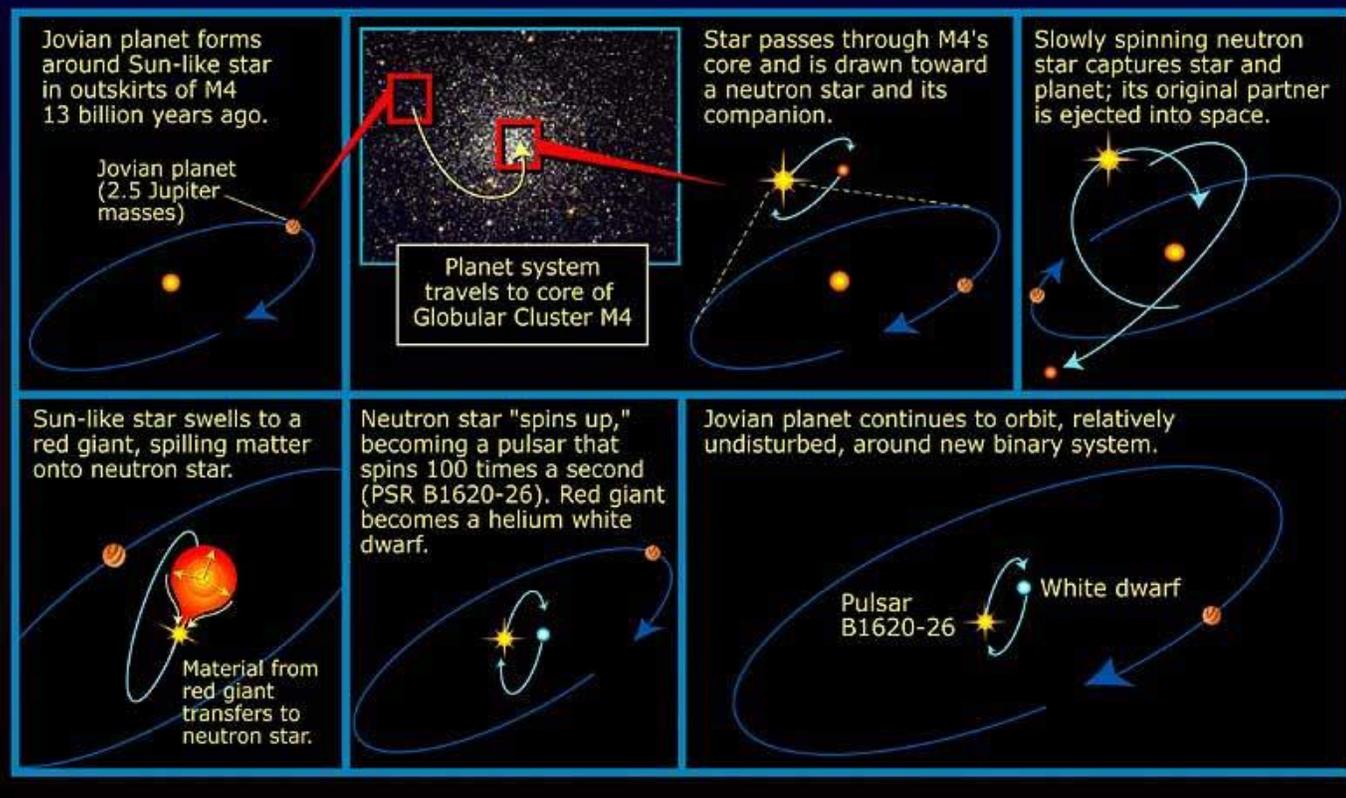
## Шаровое скопление M4



# Пульсар, белый карлик и планета

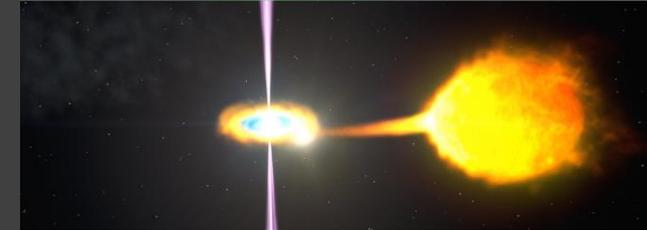
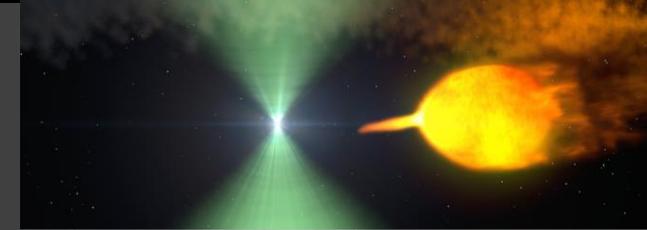
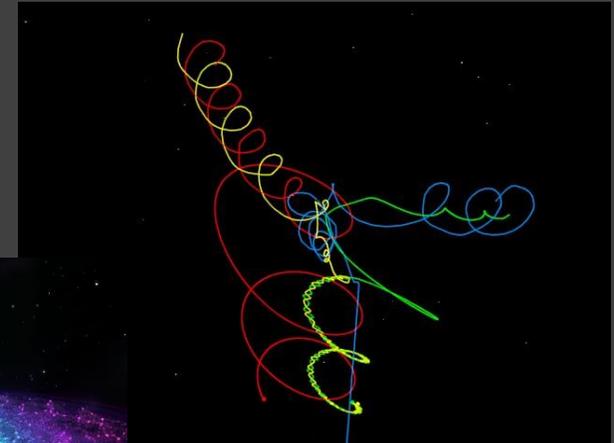
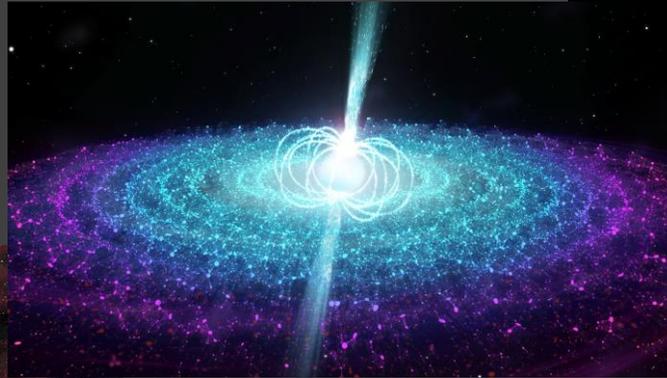
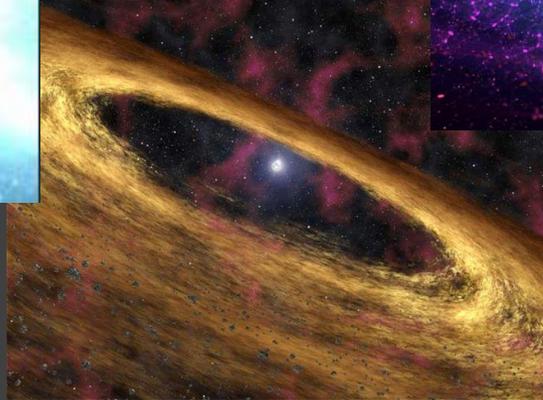
Тройная система в шаровой скоплении M4:  
пульсар PSR B1620-26, белый карлик и планета.

## Jovian planet in Globular Cluster M4: Calm bystander in stellar drama



# Механизмы формирования

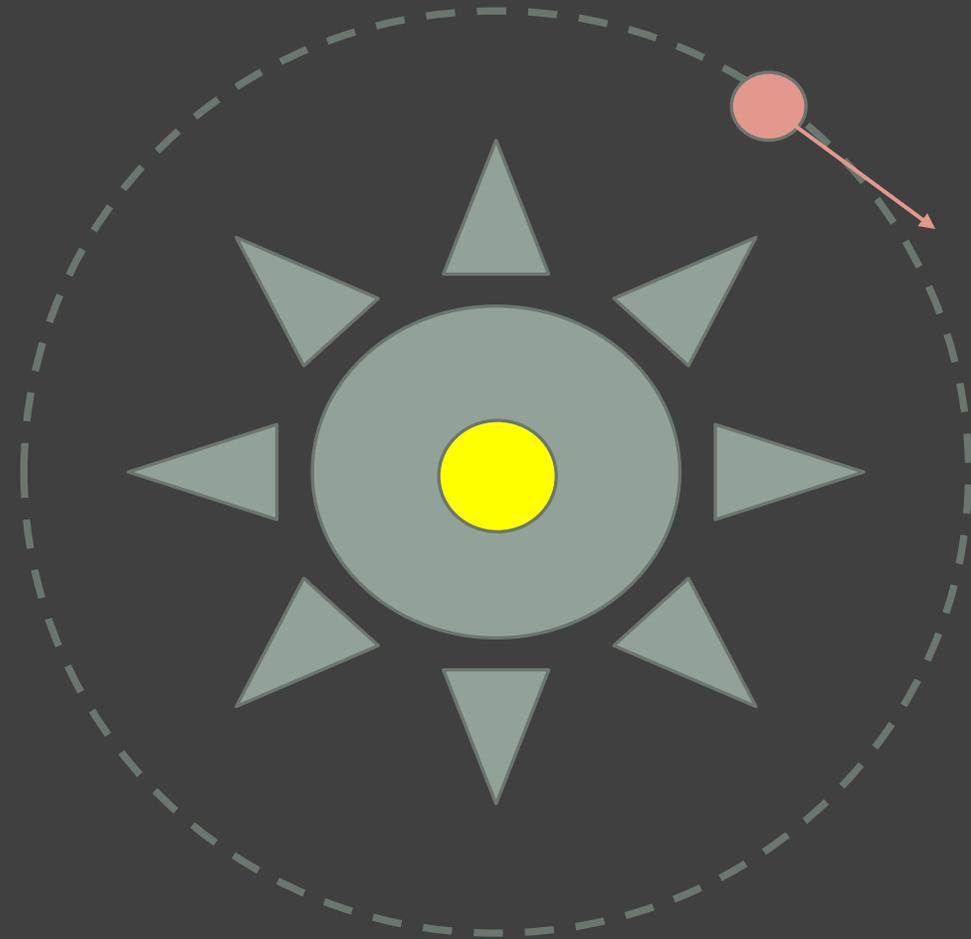
- Выжившие планеты (поколение 1)
- Возвратная аккреция (поколение 2)
- Образование после разрушения компаньона (поколение 3)
- Испарение или перетекание компаньона («черная вдова»)
- Захват или обмен при тесном взаимодействии



# Распад системы после взрыва сверхновой

---

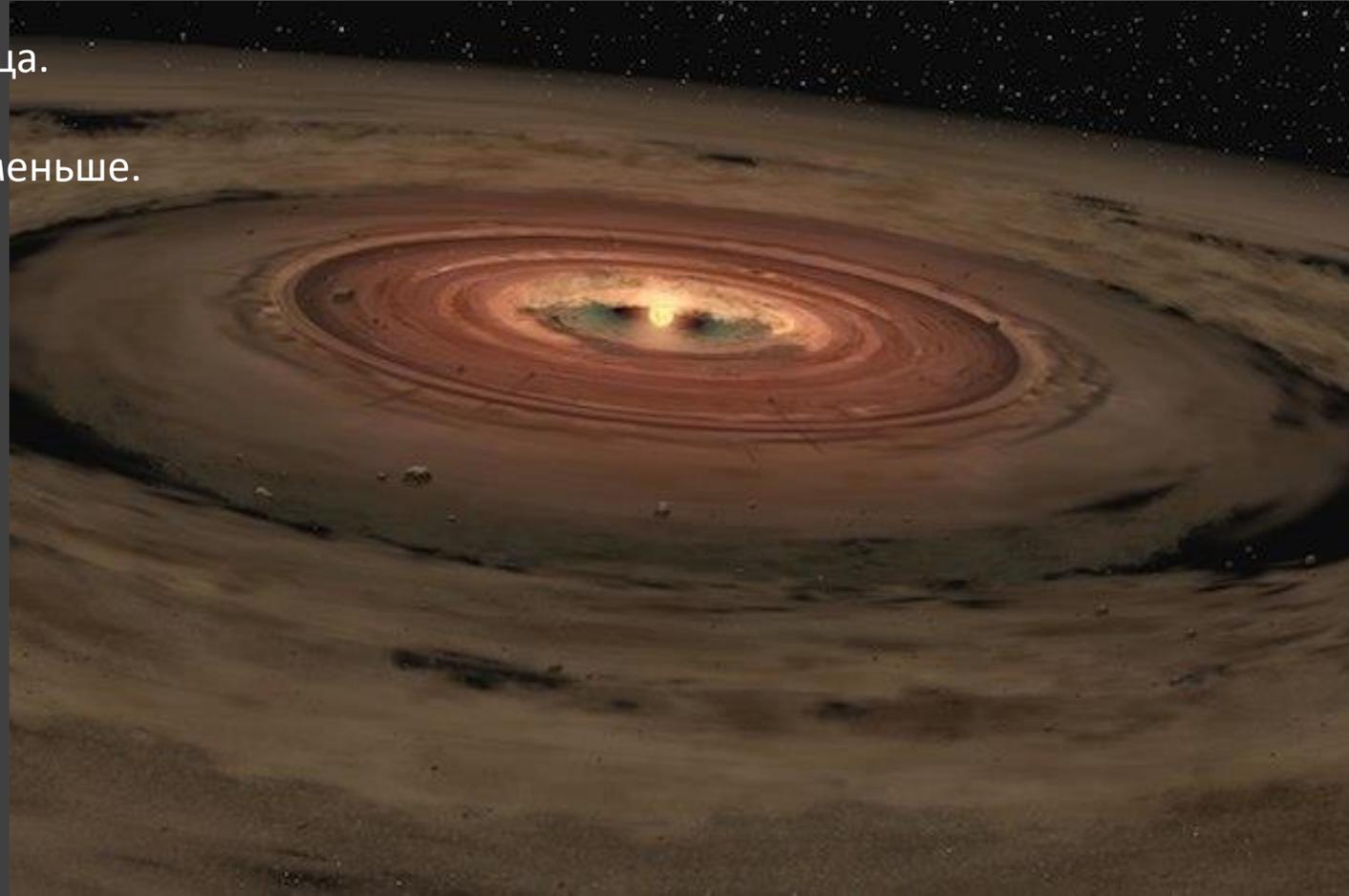
У массивных звезд редко встречаются планеты (возможно, из-за большой УФ светимости, разрушающей диск).  
Даже если планеты сформировались, то все с  $a < 4$  а.е. будут поглощены гигантом.  
При взрыве сверхновой быстро сбрасывается большая масса, что чаще всего приводит к разрушению системы.  
Выжившие планеты должны иметь большие эксцентриситеты и полуоси.



# Возвратная аккреция

---

Масса захваченного вещества 0.001-0.1 массы Солнца.  
Это типичная для протопланетного диска масса.  
Но момента импульса (углового момента) гораздо меньше.

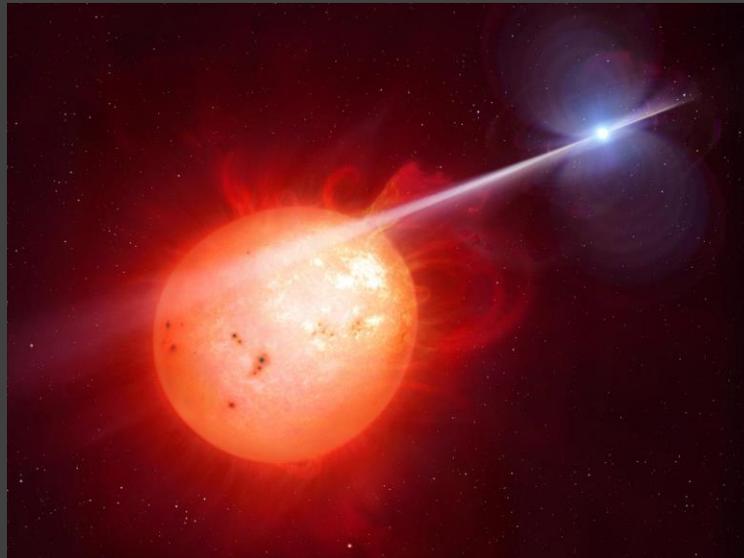


# Разрушение компаньона радиопульсара

---

Радиопульсар постепенно испаряет своего соседа. Полностью конвективный (красный карлик) или вырожденный (белый карлик) компаньон заполняет полость Роша и разрушается, если его радиус растёт быстрее, чем полость Роша.

Образуется диск с большим удельным моментом импульса. В нём могут формироваться планеты.



Испарение соседа также возможно. Но в этом случае диск получается не слишком массивным.

Пulsары с маломассивными компаньона формируются редко. Во-первых, маловероятно большое отношение масс. Во-вторых, такой системе труднее выжить после взрыва сверхновой.

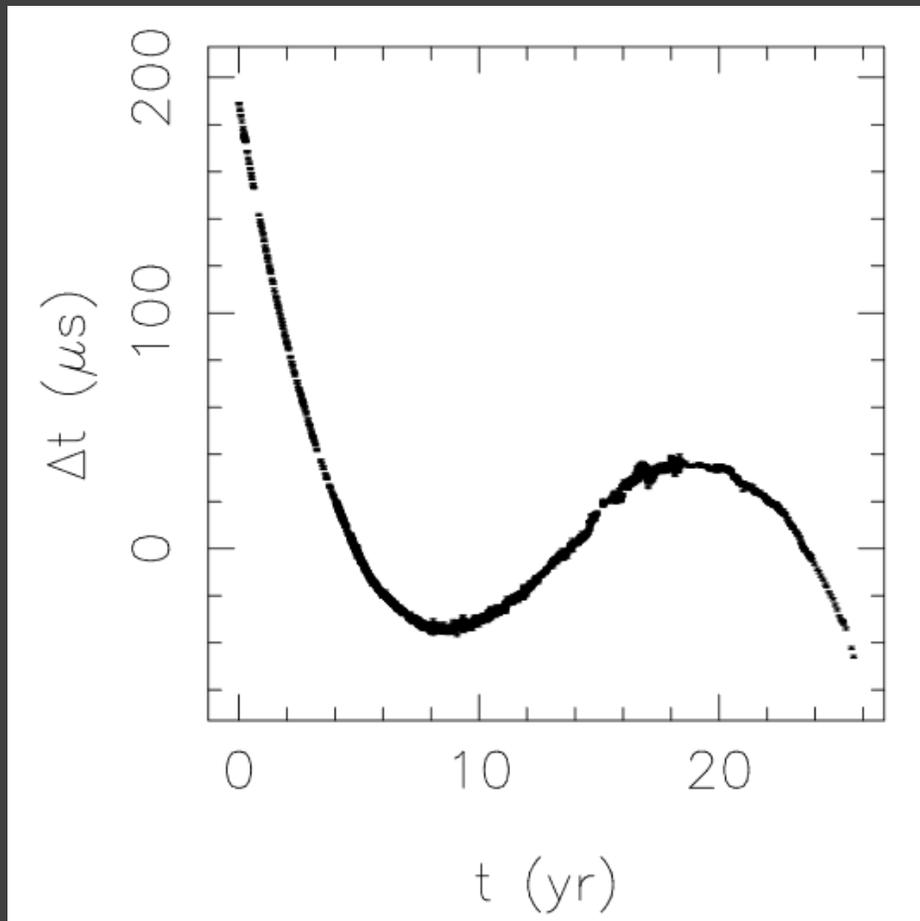
# Пульсар и пояс астероидов?

PSR J1937+21. Миллисекундный пульсар  $P=0.0016$  сек.  
Полная масса пояса  $<0.05$  массы Земли

Вблизи пульсара астероиды будут активно испаряться под действием излучения.

Кроме того, может быть важен эффект Ярковского.

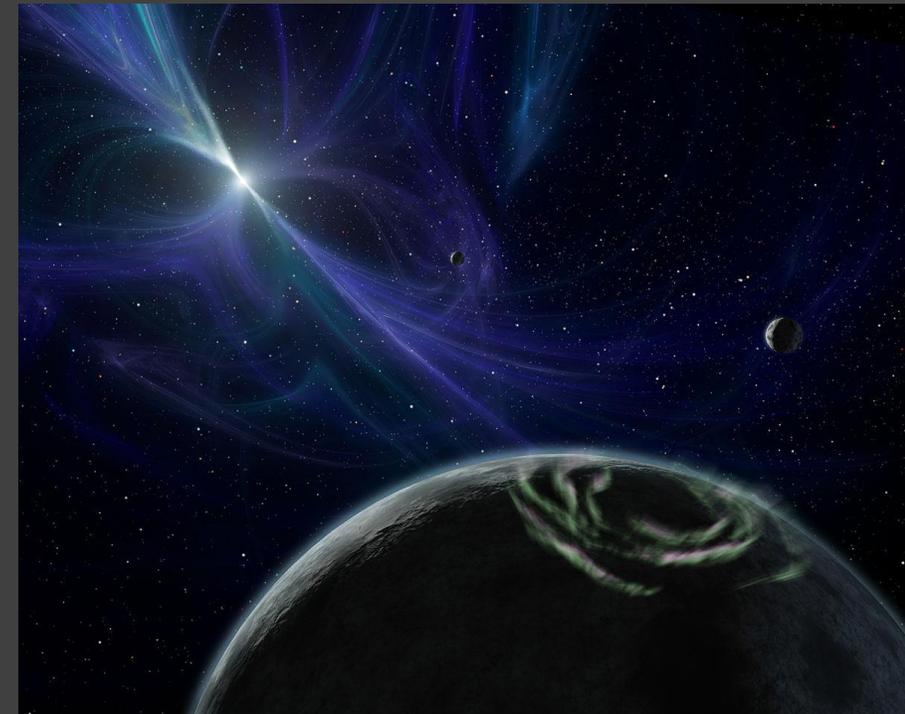
Пояс астероидов может образоваться после разрушения компаньона (белого карлика, например), испарявшегося по действием излучения радиопульсара.



# Планеты у пульсаров: резюме

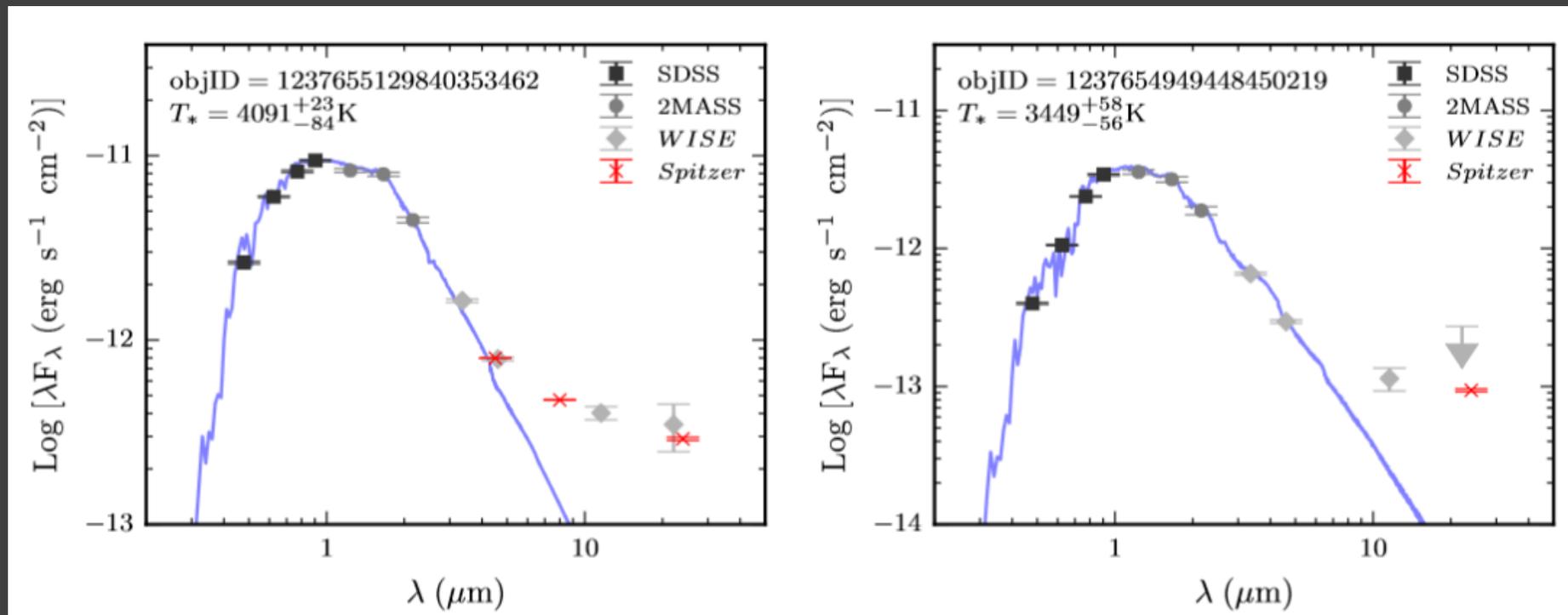


- У радиопульсаров наблюдаются компаньоны планетных масс.
- По всей видимости, основная масса объектов – это единичные остатки более массивных компаньонов, разрушенных (в основном – испаренных) пульсаром.
- Особняком стоит несколько систем, где планеты имеют иное происхождение
- Как планеты образуются вокруг пульсаров – не ясно.
- Скорее всего это связано с разрушением относительно массивного компаньона и формированием диска.
- Кроме того, пульсары могут захватывать планеты при тесном взаимодействии (например, в шаровых скоплениях).
- У пары пульсаров возможно наблюдаются «пояса астероидов».



# Столкновение миров

Авторы исследовали большую выборку старых ( $\sim 1$  Gyr) звезд с избытком инфракрасного излучения. Наилучшим объяснение таких свойств является столкновение крупных твердых тел типа Земли. Примером такого столкновения в истории Солнечной системы может быть формирование Луны.



# Key papers

---

- Veras “Post-main-sequence planetary system evolution” arXiv: 1601.05419
- Martin et al. “Why are pulsar planets rare?” arXiv: 1609.06409
- Vanderburg, Rappaport “Transiting Disintegrating Planetary Debris around WD 1145+017” arXiv: 1804.01997