Современная астрофизика: обзор

Сергей Попов

Солнце

- Гидростатическое равновесие
- Термоядерные реакции
- Нейтрино
- Конвекция и перенос излучения
- Магнитогидродинамика
- Гелиосейсмология

Гидростатическое равновесие

$$\frac{dP}{dr} = -\rho(r)g(r)$$

or,

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$$

Hydrostatic Equilibrium

Термоядерные реакции

pp-ЦИКЛ

The nuclear reactions in the Sun generate a numerous amount of electron neutrinos. While the total number of neutrinos can be calculated very accurately, their energy spectrum contains more uncertainties. The following picture shows the principal energy producing reaction chains:

Солнечные нейтрино

Конвекция

$$R > R_{кр}$$

$$R = \frac{d^4 \beta g}{\nu \xi} (\nabla T - \nabla T_{зд})$$

Критерий Рэлея

Перенос энергии излучением

$$L(r) = -4\pi r^2 D_\gamma 4a_r T^3 \nabla T$$

$$\varepsilon_r = a_r T^4$$

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3\kappa\rho}{4ca_r T^3} \frac{L(r)}{4\pi r^2}$$

$$\kappa = (\kappa_T + \kappa_{ff} + \kappa_{bf} + \kappa_{bb} \dots)$$

Магнитогидродинамика

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0,$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g},$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla p = -\gamma p \nabla \cdot \mathbf{V}, p = \frac{k_B}{m} \rho T,$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}), \nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

Гелиосейсмология

Солнечная система

Недра планет

<http://burro.case.edu/Academics/Astr221/SolarSys/OuterGiants/int.html>

Экзопланеты

Миграция планет в диске

Type I

$$\frac{dJ_p}{dt} = -(1.36 + 0.54\bar{\alpha}) \left(\frac{M_p}{M_2}\right)^2 \left(\frac{H}{r_p}\right)^{-2} \Sigma r_p^4 \Omega_p^2,$$

$$\frac{dr_p}{dt} = -(2.72 + 1.08\bar{\alpha}) \frac{M_p}{M_2^2} \left(\frac{H}{r_p}\right)^{-2} \Sigma r_p^3 \Omega_p.$$

Type II

$$\frac{dr_p}{dt} = -\frac{3}{2} \alpha \left(\frac{H}{r_p}\right)^2 f^{-1} v_K,$$

ЗВЕЗДЫ

$$P = K\rho^\gamma, \quad K, \gamma = \text{const}, \quad \gamma = 1 + \frac{1}{n}$$

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm\rho}{r^2} = g\rho, \quad g = -\frac{Gm}{r^2} = -\frac{d\phi}{dr}$$

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{d\phi}{dr}, \quad \Delta\phi = 4\pi G\rho$$

$$\rho = \rho_c \Theta^n, \quad \Theta = 1 \text{ при } r = 0$$

$$P = K\rho_c^{1+1/n} \Theta^{1+n}, \quad \frac{dP}{dr} = (n+1)K\rho_c^{1+1/n} \Theta^n \frac{d\Theta}{dr}$$

$$\frac{d\phi}{dr} = -(n+1)K\rho_c^{1/n} \frac{d\Theta}{dr}$$

$$\Delta\Theta = -\frac{4\pi G\rho_c^{1-1/n}}{(n+1)K} \Theta^n$$

$$\xi = r/a, \quad a^2 = (n+1)K\rho_c^{1/n-1}/(4\pi G)$$

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \xi^2 \frac{d}{d\xi} \Theta = -\Theta^n$$

Сверхновые

- Трехмерная гидродинамика
- Нейтрино
- Магнитные поля
- Ядерные реакции
- Перенос излучения
- Уравнение состояния сверхплотного вещества

Остатки сверхновых

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v} + P \mathbf{I}) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho}{2} \mathbf{v}^2 + \frac{P}{\gamma - 1} \right) + \nabla \cdot \left(\frac{\rho}{2} \mathbf{v}^2 \mathbf{v} + \frac{\gamma \mathbf{v} P}{\gamma - 1} \right) = 0$$

Нейтронные звезды

$$(1) \frac{dP}{dr} = -\frac{G\rho m}{r^2} \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P}{mc^2}\right) \left(1 - \frac{2Gm}{rc^2}\right)^{-1}$$

$$(2) \frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

$$(3) \frac{d\Phi}{dr} = -\frac{1}{\rho c^2} \frac{dP}{dr} \left(1 + \frac{P}{\rho c^2}\right)^{-1}$$

$$(4) P = P(\rho)$$

Черные дыры

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

Двойные системы

$$m_x = f_v(m) \left(1 + \frac{m_v}{m_x}\right)^2 \frac{1}{\sin i^3}.$$

Аккреция в двойных

$$\dot{M}_{\text{HL}} = \pi \zeta_{\text{HL}}^2 v_{\infty} \rho_{\infty} = \frac{4\pi G^2 M^2 \rho_{\infty}}{v_{\infty}^3}$$

$$\zeta_{\text{HL}} = \frac{2GM}{v_{\infty}^2}$$

$\longleftrightarrow A \longrightarrow$

$$R_{iL} \sim 0.52 \left(\frac{m_i}{m_{\text{tot}}} \right)^{0.44} A$$

WHEN $R_i > R_{iL}$

$\Rightarrow$ ROCHE-LOBE OVERFLOW

© 2005 Tony Piro

Слияния компактных объектов

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{64}{5} \frac{G^3}{c^5} \frac{(m_1 m_2)(m_1 + m_2)}{r^3}$$

$$t = \frac{5}{256} \frac{c^5}{G^3} \frac{r^4}{(m_1 m_2)(m_1 + m_2)}$$

$$f_{\text{GW}}^{\text{max}} \sim \frac{c^3}{\pi 6^{3/2} G M_{\text{BBH}}} = 4.4 \times 10^3 \left(\frac{M_{\odot}}{M_{\text{BBH}}} \right) \text{ Hz.}$$

$$\dot{E}_{\text{gw}}^{\text{circ}} = \frac{32}{5} \frac{c^5}{G} \left(\frac{G M_c}{c^3} \pi f \right)^{10/3} = \frac{32}{5 \cdot 6^5} \frac{c^5}{G} \nu^2 \tilde{f}^{10/3}$$

$$\tilde{f} = f / f_{\text{coal}}$$

$$M_c \equiv \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} = \nu^{3/5} M = \mu^{3/5} M^{2/5}$$

$$\nu^2 (c^5 / G) \sim \nu^2 (3.6 \times 10^{59}) \text{ erg s}^{-1}$$

Sgr A* - наша черная дыра

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = B_0 + B_{0.5}\beta + B_1\beta^2 + O(\beta^3),$$

Сверхмассивные черные дыры

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_T}$$

$$= 1.26 \times 10^{38} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \text{ erg/s} = 3.2 \times 10^4 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) L_{\odot}$$

Галактика

$$\Phi_i(R, z) = \frac{GM_i}{\{R^2 + [a_i + (z^2 + b_i^2)^{1/2}]^2\}^{1/2}}, \quad R^2 = x^2 + y^2$$

$$\Phi_h = -\frac{GM_c}{r_c} \left[\frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{r^2}{r_c^2} \right) + \frac{r_c}{r} \operatorname{atan} \left(\frac{r}{r_c} \right) \right],$$
$$M_c \equiv 4\pi\rho_c r_c^3$$

Галактики

$$(\omega - m\Omega)^2 = c_s^2 k^2 + \kappa^2 - 2\pi G \Sigma_0 |k|,$$

$$\kappa = \sqrt{R \frac{\partial \Omega^2}{\partial R} + 4\Omega^2}$$

Рукава и звездообразование

Dust lane arises on inner edge of spiral arm where gas clouds crowd together.

Young blue stars are found on outer edge of spiral arm.

Ionization nebulae arise where newly forming blue stars are ionizing gas clouds.

Copyright © Addison Wesley

Hot O and B stars with H II regions

Regions of star formation

OB association

Slow motion of spiral arm

Fast motion of interstellar gas and dust – this material is compressed within the spiral arm

Межзвездная среда

$$M_J = \left(\frac{5kT}{Gm} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho} \right)^{1/2}$$

Тёмное вещество

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{V_c^2}{r} = \frac{GM(r)}{r^2}$$

Скопления галактик

$$\delta(\mathbf{x}) = (\rho(\mathbf{x}) - \bar{\rho}_m) / \bar{\rho}_m, \quad \delta_R(\mathbf{x}) \equiv \int \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}) \tilde{W}(\mathbf{r}, R) d^3 r,$$

$$\langle \delta_R^2 \rangle \equiv \sigma^2(R) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P(k) |\tilde{W}(\mathbf{k}, R)|^2 d^3 k,$$

$$\delta_R(\mathbf{k}) = \delta(\mathbf{k}) \tilde{W}(\mathbf{k}, R)$$

$$P(k) \propto k^n, \quad \sigma^2(R) \propto R^{-(n+3)}$$

$$M = 4\pi/3 \rho_m(z) R^3$$

$$p(\delta_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(M)} \exp\left[-\frac{\delta_M^2}{2\sigma^2(M)}\right]$$

Линзирование на скоплениях галактик

$$f^{\text{obs}}(\theta_i) = f^{\text{s}}(\mathcal{A}_{ij}\theta_j)$$

$$\mathcal{A} = \frac{\partial(\delta\theta_i)}{\partial\theta_j} = (\delta_{ij} - \Psi_{,ij}) = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}$$

Космология (на четырех китах)

Динамика расширения

Крупномасштабная структура

Реликтовое излучение

Нуклеосинтез

Расширение вселенной

$$v = H d$$

H – постоянная Хаббла.

$$73 \pm 7 \text{ км/с/Мпк}$$

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 dl^2.$$

$$H = \dot{a}/a$$

$$a^2(t) dl^2 = d\ell^2$$

$$d\ell = a(t) dl$$

$$d = a(t) \int dl = a\chi$$

$$v = dd/dt = (da/dt)\chi = [(da/dt)/a](a\chi) = Hd$$

$$H^2(z) = H_0^2 (\Omega_r (1+z)^4 + \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_c (1+z)^2 + \Omega_\Lambda)$$

Крупномасштабная структура

Темная энергия

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3},$$

$$\Omega_k \equiv \frac{-kc^2}{(a_0 H_0)^2}$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2},$$

$$H^2(z) = H_0^2 (\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda).$$

Параметр замедления q

$$q = - \left(1 + \frac{\dot{H}}{H^2}\right).$$

$q=0$ $t=1/H$

$q=1/2$ $t=(2/3H)$

Сейчас $q < 0$.

Реликтовое излучение

$$T(z) = T_0 \times (1+z)$$

Барионные акустические осцилляции

$$c_s = c / \sqrt{3(1 + R)}$$

$$R \equiv 3\rho_b / 4\rho_\gamma \propto \Omega_b / (1 + z)$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\chi}{d_A(z)}$$

$$d_A(z) \propto \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}$$

$$c\Delta z = H(z)\Delta\chi$$

Обилие элементов

Первичный нуклеосинтез