

Семинар №2

(1)

Основные формулы

$$\frac{f_1}{f_2} = 100^{-\frac{(m_1 - m_2)}{5}} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = 10^{\frac{(m_1 - m_2)}{2,5}}$$

$$\lg(f_1/f_2) = -\frac{m_1 - m_2}{2,5}, \quad m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \lg(f_1/f_2)$$

Если $m_1 - m_2 = 1$, то $\frac{f_1}{f_2} = 100^{-1/5} = \frac{1}{\sqrt[5]{100}} \approx \frac{1}{2,5}$

Звезды видимые: $m \leq 6$

Вега: $m \approx 0$

Луна: $m = -12,7$

Солнце: $m = -26,7$

Характерные потоки фотонов:

$m = 0 \Leftrightarrow 10^3 \frac{\text{фотон}}{\text{см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{А}}$ вблизи макс. спектра

$10^6 \frac{\text{фотон}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$ в видимом диапаз.

M-абсол. звёздн. величина $\Leftrightarrow m$ при 10 пк

Угловое разрешение телескопа:

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D}$$

Семинар №2

(2)

Единицы измерения

$$\underline{1 \text{ \AA}} = 10^{-8} \text{ см} = 10^{-10} \text{ м} = \underline{0,1 \text{ нм}} \text{ (хар. разм. атома)}$$

$$\underline{1 \text{ а.е.}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ км} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ см} \text{ (расст. от Земли до Солнца)}$$

$$\underline{1 \text{ св. год}} = 9,5 \cdot 10^{15} \text{ м} = 9,5 \cdot 10^{17} \text{ см} = 63 \text{ 000 а.е.}$$

$$\underline{1 \text{ пк}} = 3,1 \cdot 10^{16} \text{ м} = 3,1 \cdot 10^{18} \text{ см} = 208 \text{ 000 а.е.} = 3,26 \text{ св. год}$$

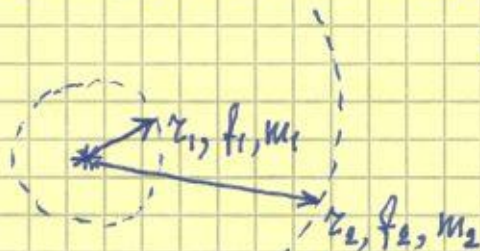
$$\underline{1 \text{ эВ}} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

Семинар №2

3

① Рассчитать звёздную величину Солнца с расстояния 1 кпк. Рассчитать (пренебрегая поглощением и т.п.), какой нужен телескоп, чтобы увидеть Солнце с 1 кпк при визуальном наблюдении (просто через соотношение площадей зрачка и объектива).

Ⓐ зв. вел. ← плотн. потока ← полн. поток постоянен
($L = \text{const}$)



$$L = \cancel{4\pi} r_1^2 \cdot f_1 = \cancel{4\pi} r_2^2 \cdot f_2 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$m_2 - m_1 = -2,5 \cdot \lg \frac{f_2}{f_1} = -5 \cdot \lg \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow$$

$$m_2 = m_1 - 5 \cdot \lg \frac{r_1}{r_2} = -26,7 - \cancel{5 \cdot \lg \frac{1 \text{ кпк}}{10^5}} \rightarrow -5 \cdot \lg \frac{1 \text{ ае}}{10^5 \cdot 2 \cdot 10^5}$$

$$= -26,7 - 5 \cdot \lg(0,5 \cdot 10^{-8}) = -26,7 - 5 \cdot \lg 0,5 + 40 = 14,8$$

Ⓑ $d = 8 \text{ мм} = 0,8 \text{ см} \Rightarrow m_1 = 6, f_1 = \dots$

$D = ? \Rightarrow m_2 = 14,8, f_2 = \dots$

Полные набл. потоки должны быть одинаковы!

$$\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot f_1 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot f_2 \Rightarrow D/d = \sqrt{f_1/f_2}$$

$$D/d = 100 \frac{(M_1 - M_2)}{10} = 100 \frac{M_2 - M_1}{10} = 100^{0,88} = 10^{2-0,88}$$
$$= 57,5$$

3a

$$D = \cancel{8 \text{ cm}} 0,8 \text{ cm} \cdot 57,5 = 46 \text{ cm}$$

Семинар №2

④

- ② Рассчитать звёздную величину галактики с заданной полной светимостью 10 млрд светимостей Солнца с расстояния 1 млн. св лет.



$$f_1 = \frac{L_1}{4\pi r_1^2}$$

$$f_2 = \frac{L_2}{4\pi r_2^2}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{L_1}{L_2} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2$$

$$m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \lg(f_1/f_2) \Rightarrow$$

$$m_2 = m_1 + 2,5 \cdot \lg \left[(L_1/L_2) (r_2/r_1)^2 \right] =$$

$$= m_1 - 2,5 \cdot \lg(L_2/L_1) + 5 \cdot \lg(r_2/r_1) =$$

$$= -26,7 - 2,5 \cdot \lg 10^{10} + 5 \cdot \lg \frac{10^6 \cdot 6,3 \cdot 10^4 \text{ a.e.}}{1 \text{ a.e.}} =$$

$$= -26,7 - 25 + 50 + 5 \cdot \lg 6,3 = \cancel{20,3} \quad \boxed{2,3}$$

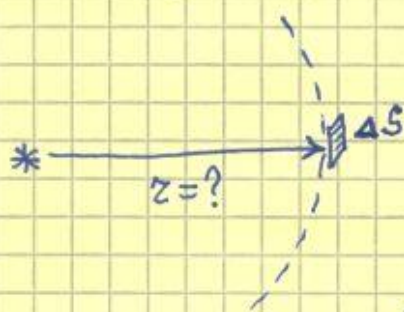
Семинар №2

5

- 3) Происходит вспышка магнитара длительностью 0.1 с. Полное энергосодержание равно 10^{46} эрг. Всё оно идет в рентгеновские фотоны с энергией 100 кэВ. С какого расстояния можно наблюдать её детектором с площадью 1000 кв.см, считая, что достаточно зарегистрировать 1 фотон. (Следует отметить, что одного фотона обычно мало, т.к. есть шумы.)

Полное кол-во излучаемых фотонов:

$$N = \frac{10^{46} \text{ эрг}}{10^5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}} = \frac{10^{53}}{1,6} = 6,3 \cdot 10^{52}$$



$$\frac{N}{4\pi r^2} \cdot \Delta S = 1$$

$$r = \sqrt{\frac{N \cdot \Delta S}{4\pi}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6,3 \cdot 10^{52} \cdot 10^3 \text{ см}^2}{4\pi}} =$$

$$= \sqrt{\frac{63}{4\pi}} \cdot 10^{28} \text{ см} = 2,2 \cdot 10^{28} \text{ см} =$$

$$= \frac{2,2 \cdot 10^{28} \text{ см}}{3,1 \cdot 10^{18} \text{ см}} \text{ нк} = 0,7 \cdot 10^9 \text{ нк}$$

Семинар №2

6

4) Какая предельная звёздная величина может наблюдаться с 6-м телескопом при выдержке в одну минуту? Считать, что регистрация происходит при получении 10 фотонов. При решении учесть, что световой поток Веги в видимом диапазоне составляет 10^6 квантов/(см²·с).

$$\text{Вега: } m_1 = 0, \quad f_1 = 10^6 \frac{\text{квантов}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$$

$$\text{Мин. набл. поток: } m_2 = ?, \quad f_2 = \frac{10 \text{ квантов}}{\pi (3 \cdot 10^2 \text{ см})^2 \cdot 60 \text{ с}}$$

$$f_2 = \frac{100}{9 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 10^6} \frac{\text{квантов}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}} = 0,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{квантов}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$$

$$m_2 = \cancel{m_1} + 2,5 \cdot \lg(f_1/f_2) =$$

$$= 2,5 \cdot \lg\left(\frac{1}{0,6} \cdot 10^{12}\right) = 2,5 \cdot 12 - 2,5 \cdot \lg(0,6) =$$

$$= 30 - 2,5 \cdot \lg(0,6) = \mathbf{30,6}$$

Семинар №2

7

5) Рассчитать угловое разрешение для глаза. Рассчитать, какой диаметр телескопа дает разрешение 1 секунда (что соответствует пределу по атмосфере). Рассчитать угловое разрешение в радио (21 см) для 500 метрового телескопа.

$$\text{A) } \theta \approx \frac{\lambda}{D} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ \AA}}{5 \text{ мм}} = \frac{10^3 \cdot 10^{-8} \text{ см}}{10^{-1} \text{ см}} = 10^{-4} \text{ (рад)} =$$
$$= 0,0057^\circ = 0,3'$$

$$\text{B) } \theta = \frac{\lambda}{D} \Rightarrow D = \frac{\lambda}{\theta} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ \AA}}{1''} =$$
$$= 5 \cdot 10^3 \cdot 10^{-8} \text{ см} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 57 =$$
$$= 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ см} = 10 \text{ см}$$

$$\text{B) } \theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{21 \text{ см}}{5 \cdot 10^4 \text{ см}} \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ (рад)} \approx 1'$$