

Астрофизика – 2020/2021

семинар N7 (14 октября 2020г., 13:00)

группа N2

преподаватель – доц. Думин Юрий Викторович

Семинар 6, задача 3. Вывод давления в центре методом размерности.
Получение температуры по формулам идеального газа.

$$pV = \frac{M}{\mu} RT \Rightarrow p = \frac{\rho}{\mu} RT \Rightarrow T = \frac{p \cdot \mu}{\rho \cdot R}$$

$$\rho \approx 10^{10} \text{ атм} \approx 10^{16} \text{ (6 ГГ)}$$

$$\rho \approx 1,4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

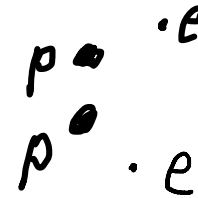
$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = 8,31 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$T \approx 8 \cdot 10^7 \text{ К}$$

$$T \approx 4 \cdot 10^7 \text{ К}$$

$$\mu \approx 1 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$

$$\mu = 0,5 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$



1. Теорема вириала для Солнца и звёзд.

Соотнош. между E_k и E_n .

а) для сист. отв. частиц: $E_k = + \frac{1}{2} |E_n| = - \frac{1}{2} E_n$

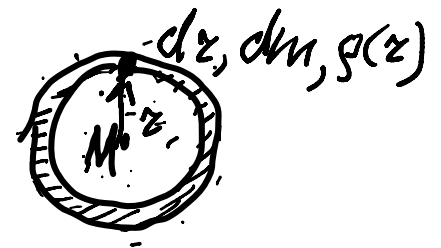
$$E_{\text{полн}} = E_k + E_n$$

* част. взаим. по зак $F \sim \frac{1}{r^2}$, $U \sim \frac{1}{r}$

* част. соб. финитное движ.

(Ландау, Лифшиц. Курс теор физ, т.1, §10)

б) в предпол. сферич. среды



$$4\pi r^2 \frac{dp}{dr} = -g \cdot \rho = - \frac{GM(r)}{r^2} \cdot \underbrace{\rho(r) \cdot 4\pi r^2 \cdot dr}_{dm} \cdot r$$

$$dm = 4\pi r^2 \cdot dr \cdot \rho$$

$$\int_V V \cdot dp = - \int \frac{GM(r) \cdot dm}{r} \Rightarrow U = \underbrace{3 \int_V V \cdot dp}_{\text{зrab}} = \underbrace{3 \cdot V \cdot p}_{\text{(н.т.) энер}} - 3 \int p \cdot dV$$

$$p = n \cdot k \cdot T$$

$$pV = \frac{M}{\mu} RT = \nu \cdot N_A \cdot k \cdot T = N \cdot k \cdot T$$

$$E_T = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k \cdot T$$

$$p = n \cdot k T, n = \frac{N}{V}$$

$$\frac{E_T}{M} = \frac{3}{2} n \cdot k \cdot T = \frac{3}{2} p \cdot \frac{V}{M}$$

$$\epsilon = \frac{E_T}{M} = \frac{3}{2} \frac{p}{\rho} \Rightarrow p = \frac{2}{3} \rho \epsilon$$

$$U = -3 \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV =$$

$$= -3 \int_{V_1}^{V_2} \frac{2}{3} \rho \cdot \epsilon \cdot dV =$$

$$= -2Q$$

$$Q = -\left(\frac{1}{2}\right) U \text{ - теор. вириала в прикл. электр. среды}$$

для однородн. газа

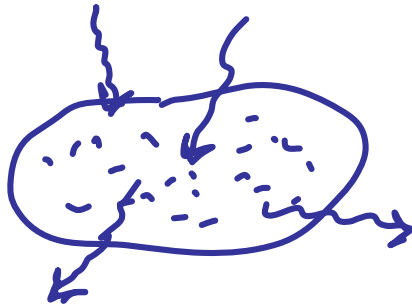
В общем случае: $U = -3(\gamma - 1)Q$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ - показатель адиабаты

$$1 \text{ ат. газ } \gamma = \frac{5}{3} \Rightarrow U = -2Q$$

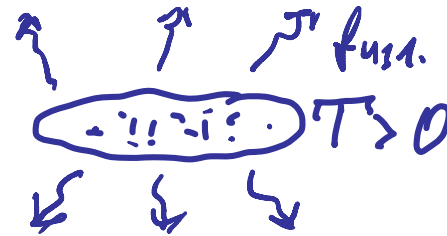
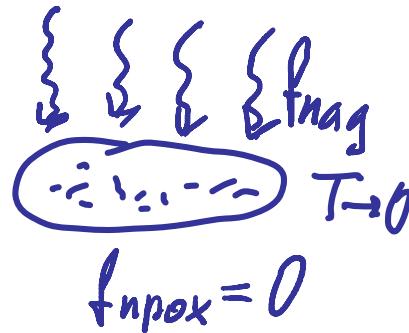
$$2 \text{ ат. газ } \gamma = \frac{7}{5} \Rightarrow U = -\frac{6}{5}Q$$

$$3 \text{ ил. многоат. газа } \gamma = \frac{4}{3}$$

2. Спектр излучения абсолютно чёрного тела. Максимум, смещение максимума при изменении температуры.



Сильное взаимодействие
вещ. и излуч.



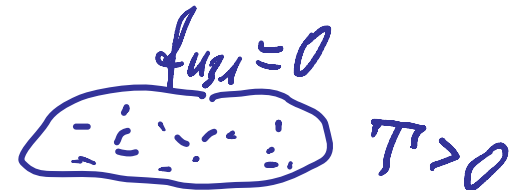
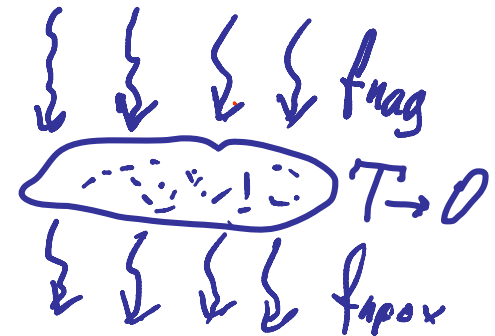
$$f = \sigma T^4$$

(изл. абс. чёрн. тела)

$$f = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t}$$

$$B_\nu = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \nu}$$

Слабое взаимодействие
вещ. и излуч.



прозрачное тело (!)

+ зеркальн. тело

(взаим. есть, но без измен. энергии)

Закон изл. абс. чёрн. тела (закон Планка)

$$B_\nu(T) = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \nu} = A \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Распр. Больцмана: $p(E) \sim e^{-\frac{E}{kT}}$
(для класс. част.)

баром. форм.

$$\sim e^{-\frac{mgh}{kT}}$$

распр. Максвелла
по скоростям:

$$\sim e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

В квант. мех:

$$e^{-\frac{E}{kT}} \begin{cases} \nearrow \frac{1}{e^{\frac{E}{kT}} + 1} \\ \searrow \frac{1}{e^{\frac{E}{kT}} - 1} \end{cases}$$

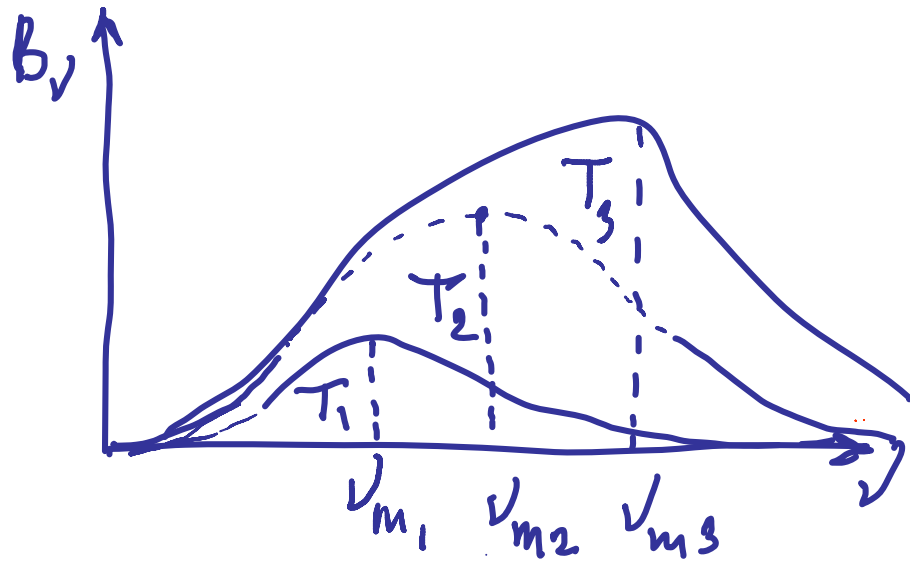
распр. Больцмана

$$\frac{1}{e^{\frac{E}{kT}} - 1}$$

распр. Ферми - Дирака
(фермионы)

распр. Бозе - Эйнштейна
(бозоны)

$$B_\nu(T) = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta V} = A \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$



$$\nu \rightarrow 0: B_\nu \rightarrow \frac{\nu^3}{1 + \frac{h\nu}{kT} - 1}$$

$B_\nu \propto T \nu^2$ - закон Рэлея-Джинса

$$\nu \rightarrow \infty \quad B_\nu \propto \nu^3 e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

- закон Вина

$$\frac{dB_\nu}{d\nu} = 0 \Rightarrow \frac{3\nu^2 T^2}{T^2} (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1) - T\nu^3 e^{\frac{h\nu}{kT}} \cdot \frac{h}{kT^2} = 0$$

$$x = \frac{h\nu}{kT} : 3x^2 (e^x - 1) - x^3 e^x = 0 \Rightarrow F(x) = 0 \Rightarrow x_m \sim \frac{\nu_m}{T} = \text{const}$$

$\nu_m \propto T$ - закон смещения Вина

$$B_\nu = A \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{\Delta E}{\Delta S \cdot \Delta t \cdot \Delta \nu} f$$

$$f = \int_0^\infty B_\nu \cdot d\nu = A \frac{k^4 T^4}{h^4} \int_0^\infty \frac{\frac{h^3}{k^3 T^3} \nu^3 d\left(\nu \frac{h}{kT}\right)}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \tilde{A} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad , \text{const}$$

$$x = \frac{h\nu}{kT}$$

$$\boxed{f = \sigma T^4} \quad - \text{закон Стефана-Больцмана}$$